# STRUCTURE AND ENVIRONMENT

**ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING, ENVIRONMENTAL ENGINEERING AND ENERGY** 

No. 4/2012 vol. 4 PL ISSN 2081-1500 www.sae.tu.kielce.pl KIELCE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



### **Contents**



OSINOVSKAYA V.A. VIBRATING DESTRUCTION OF FLEXIBLE PAVEMENT AND A WAYS OF INCREASE OF THEIR DURABILITY	5
PAWEŁ KOSSAKOWSKI ASSESSMENT OF ENDURANCE RESERVES OF STEEL CRANE BEAMS BEING UNDER LONG-TERM OPERATION	11
WIOLETTA RACZKIEWICZ, DOROTA MICHAŁOWSKA-MAZIEJUK THE USE OF NON-DESTRUCTIVE METHOD TO EVALUATE THE PROCESS OF ELECTROCHEMICAL CORROSION OF REINFORCEMENT IN CONCRETE	21
JERZY WAWRZEŃCZYK, AGNIESZKA MOLENDOWSKA, ADAM KŁAK RELATIONSHIP BETWEEN POROSITY CHARACTERISTICS AND CONCRETE FROST DURABILITY IN BRIDGES	28
KATARZYNA SUCKERT, URSZULA PAWLAK VALIDATION OF THE ADEQUACY OF FEM REPRESENTATION OF RECTANGULAR MEMBRANE ELEMENT WITH AN ADDITIONAL ROTATIONAL DEGREE OF FREEDOM	35



METHOD OF CALCULATION OF AIR TEMPERATURE IN THE OPEN AIR LAYER
JERZY ZBIGNIEW PIOTROWSKI, MARIANNA OLENETS, MARIOLA STARZOMSKA, RADOSŁAW ZABOREK

HOW TO PREPARE THE MANUSCRIPT	49
THE REVIEW PROCESS	50

#### **EDITORIAL BOARD**

Main Editor Jerzy Z. Piotrowski Editor Radosław Zaborek Secretary of the Editorial Board Łukasz Orman Sectional Editor STRUCTURE Marek Iwański Sectional Editor ENVIRONMENT Lidia Dąbek

#### **SCIENTIFIC BOARD**

#### STRUCTURE

Chairmanship Jerzy Wawrzeńczyk

Tomasz Arciszewski (USA), Lesław Brunarski, Go Iwahana (Japan), Zbigniew Kowal, Jozef Melcer (Slovakia), Michaił V. Nemchinov (Russia), Victor Proskuriakow, Zbigniew Rusin, Bohdan Rymaszewski, Wacław Seruga, Malgorzata Wilczkiewicz (USA)

#### ENVIRONMENT

#### Chairmanship Tomasz Kozłowski

Satoshi Akagawa (Japan), Elżbieta Bezak-Mazur, Dorota Chwieduk, Graham Herbertson (Scotland), Andrzej Kapłon, Andrzej Kuliczkowski, Janusz Łomotowski, Paweł Purgał, Leszek Radziszewski, Anatol Stroy (Ukraine), Maria Żygadło

www.sae.tu.kielce.pl

sae@tu.kielce.pl

The quarterly printed issues of Structure and Environment are their original versions

The Journal published by the Kielce University of Technology

PL ISSN 2081-1500

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2012

25-314 Kielce, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7 tel. 41 34 24 581 www.tu.kielce.pl/organizacja/wydawnictwo



Kielce University of Technology 2012

### structure structure



OSINOVSKAYA V.A.

The Moscow State Automobile & Road Technical University Russian Federation

### VIBRATING DESTRUCTION OF FLEXIBLE PAVEMENT AND A WAYS OF INCREASE OF THEIR DURABILITY

#### Abstract

In the article the new concept of the reasons of premature destruction of the flexible pavement, based on additional deformation vibrating loading is revealed. The mathematical model of formation of layers of the pavement ensuring reduction in vibrating loading for increase of serviceability and durability of pavement is presented.

Keywords: durability, pavement

The most objective indicator of the presence of unresolved problems in road building is premature destruction of the pavement. The basic recommendations about struggle against this phenomenon are obvious enough: hardening of the pavement and the ground base, application of the best road materials and introduction of system of preventive repairs.

However, use of these recommendations at designing, building and repair of highways leads to considerable economic expenses, but doesn't give considerable effect. It is connected to the fact that relationships of cause and effect of premature destruction of the pavements till now are insufficiently studied and scientifically investigated.

At strength analysis of flexible pavement co-ordinate planned durability of road clothes to a constant annual gain of volume of traffic. The pavement should have also necessary safety factor on loading. The factor of dynamism considering a difference between static and dynamic influence is entered into assumed loadings. Calculations are made for the most dangerous period of operation when the soil of subgrade possesses the minimum strength.

As a result, the pavement designed on the basis of all complex of calculations, should have theoretically sufficient safety factors. It is also necessary to take into consideration that real deformations of layers of the pavement, formed at movement of lorries, are insignificant on size.

The statistical analysis of materials of inspection of pavements in Russia shows that on the average by fifth year of operation of highways in the Russian Federation the majority of road surface have already an unsatisfactory condition. Residual deformations to this period is almost imperceptible. If not to make corresponding road rehabilitation the road surface will intensively continue to be destructed further with simultaneous growth of residual strain. If not to make preventive repairs after some initial stage of operation of a highway, process of avalanche increase of destructions with simultaneous growth of residual deformations begins.

It is necessary to explain premature destruction of pavements the road-traffic, is constructivetechnological, climatic and other reasons. For example, it is considered that the raised destroying ability multiaxial trucks is connected with presence on them the raised design axial load. Specify also in growth last years speeds of movement. Without denying these facts, we will notice that deflections of pavement at operation heavy-load multiaxial trucks do not exceed 0.5 mm, i.e. they much less the maximum-permissible.

The Russian and American researchers have experimentally established size of curvature and the size of a deflection under a wheel which depend on bearing capacity of an asphalt concrete pavement and speed of movement of the car (Fig. 1). At increase of speed of movement to certain size, deflections decrease proportionally to speeds. Then they almost keep invariable level. So at V = 40 km/h, the maximum local deflection of a surface asphalt concrete pavement under a wheel of the moving truck makes 0.14 mm, and at V = 80 km/h – only 0.07 mm.

To the principal causes causing local defection surface destruction of an asphalt concrete pavement, referred also are the use of poor-quality basic materials, poor-quality production asphalt concrete mix, overdose of bitumen, a stop in the process of work paver, poor-quality and insufficient consolidation of an subgrade and bearing layers of the road base, small strength of an subgrade, etc.



Fig. 1. The scheme of a bowl of a deflection of a pavement:  $u_{\pi}$  – deflection of a pavement.

It is natural that timely elimination of destruction of layers pavement and a soil of an subgrade essentially increases highway service life of highway structures. Preventive procedures for the road surface maintenance increase the between-repairs periods and reduce expenses for pavement repair.

For increase in highway service life of road surface the technology of building of protective coating is widely used. These layers isolate a road surface from weather and climatic effects, create a road carpet, in case of need increasing roughness.

However, all these procedures cannot solve the main task – stability of consumer properties of road (surface smoothness, strength and pavement roughness) within planned years of maintenance, taking into account growth of traffic volume, load capacity of cars and changes of their constructional characteristics.

All these actions are expensive, and the increase in durability of road designs thus slightly, therefore, an economic component of road-building projects becomes important enough. Occurrence of various modes of transferring of a part of expenses on the consumer is connected with it. For example, introduction of toll roads, tax introduction on multiaxial lorries, etc. Thus, methods and modes of increase of durability of highways, should be not only effective, but also economically expedient.

Considering as a whole process of premature destruction of the pavements, we come to a conclusion that in maintenance pavements are exposed to continuous influence from environment and moving motor vehicles. At the expense of it there is a consecutive slackening or drop durability qualities of road constructions. This reduction in strength is carried out first of all of cracks in an asphalt concrete pavement, wear grains in untied layers of the base and formation of residual deformations in an subgrade. Thus, it is not considered that one of the gear of slackening or reduction of strength of a road constructions is vibration of all its elements.

Vibration of layers of the pavement and ground of subgrade of flexible pavement arise and are supported in a current of some time because all these elements of a constructions possess inertial (weights), elastic and dissipation properties (Fig. 2). At influence of wheels of the cars expressed in the form of compression and a bend of flexible pavement, or at the expense of shock interaction with roughness on a surface of a pavement, weights of layers start moving. Full set of necessary conditions for realization of vibration process – kinetic energy of moving weights, potential energy of the deformed elastic environment and force of an internal friction in the layers, dissipating vibration energy further functions.

If vibration of motor transport well-known enough is also studied, vibration of the pavement are till now a theme of scientific debates. It is caused first of all by that this vibration can't be observed visually in connection with their very small amplitudes. They are fixed by means of special vibroizmernitelnaya equipments. Thus, the experts of road building denying presence of vibration of layers of pavement, forgetting that the basic physical parameter of an estimation of strength of a road constructions, namely, its deflection under the car, is very small and is fixed only by devices.



Fig. 2. The scheme of process formation of the pavement from a wheel of the moving car and occurrence of free oscillations of the pavement

The executed calculations have shown that deflections of pavements under a wheel of the moving car and dynamic vibration deflections are close on the level. During time destructive ability of vibration considerably exceeds possibilities from automobile loading.

The natural researches spent last years on highways have allowed to establish that in connection with

short loading of the moving car in an installation site accelerometers, recording the vibrational spectrum of road construction, vibration layers of pavement and subgrade has a number of specific features.

Car vibration makes the minimum impact on the qualitative characteristic of vibration of a road construction and, therefore, the moving car – it is possible to consider only as the activator of vibration of the pavement layers. Excitation of vibration is thus carried out at the expense of with impact-pulse interaction of a moving wheel with a surface of a pavement. Level of the energy coming from the activator depends on speed of movement of the car, diameter of wheels and heights of road roughness.

The geometry of contact surfaces of wheels and roughness on a pavement is that the basic part of energy at their interaction come in a vertical plane. Deterioration of flatness of an asphalt concrete pavement, an event while in service, increases energy directed on excitation of vibrations and raises destructive ability of vibration.

The vibration of a road construction arising under a wheel of the car, covers some limited area of the zone, which in process of car movement moves together with it along road.

Feature of the pavement consists that in it vertical vibration can develop only and simultaneously be formed processes of transfer of these vibration on territories adjoining to a highway. The transfer of vibration representing wave process in a horizontal plane, is carried out in a longitudinal and cross-section direction of the roadway. This wave process possesses a much higher speed than speed of movement of the car. Therefore, spreading of vibration is fixed accelerometers before the car's approach to the installation site of sensors.

As the frequency spectrum of wave process partially repeats an vibration spectrum it sometimes leads to error that vibration of the pavement can be analyzed on a wave spectrum. Actually, at spreading of vibration of the pavement, there is an attenuation or absorption of some frequency components of the general vibrating spectrum, and also decrease in amplitudes of vibration.

Results of dynamic tests have shown that at car movement in section of a highway structures where it is installed acceleration gauge (Fig. 3). At approach of the car the gauge fixes the first spectrum which is characterised by very small amplitudes. At passage by wheels of the car of an installation site of the gauge, the second spectrum with maximum amplitudes in very small time interval  $(0.10 \dots 0.15 \text{ s})$  is realised. The size

of this interval is proportional to speed of movement of the car. With increasing speed the time interval decreases. After that the third multifrequency spectrum with the big amplitudes and rather long attenuation of oscillatory process (to 4 s) is formed. The frequency structure of this spectrum does not depend on speed of movement and vehicle type as it is a spectrum of free relaxation oscillations of layers pavement.



Fig. 3. The peak-time characteristic of the response of the pavement at movement of car MAZ-511 with a speed of 80 km/h [3]

Theoretically calculations established that the first spectrum representing an elastic deformation wave of vibration in a horizontal plane, cannot, because of very small vertical amplitudes, influence the process destruction of pavement.

The second spectrum reveals a physical picture process of excitation of free oscillations of layers of pavement, by means of pulse interaction of a moving wheel and road roughness of any kind. In connection with its small time of interactions of a wheel with road roughness in a zone of investigated section of the pavement and big sluggishness weights of elements of a highway structures, deformation deflections formed here depend on loading on an axis of the moving car, speed of its movement and bearing ability of pavement. These deflections are deflections resulting loading from a car wheel. Therefore, destructive ability of the given spectrum actually completely takes into account at design of pavement and calculation strength characteristics of pavement.

Presence of a long third spectrum means that the basic vibrating process in layers of pavement is free relaxation oscillations with high enough deformation level comparable to deformation indicators of the second spectrum or influence of the moving car on a highway structures.

From here the obvious conclusion follows that in connection with absence, at strength analysis, the account of vibration of the pavement (arising at movement of cars), designed strength indicators of highway structures below necessary, that is one of principal causes of untimely destruction of layers of pavement in operation.



It is necessary to consider also that deformations of layers of pavement, carried out at loading from a car wheel, and the vibrating deformations having close levels of pressure, from the point of view of destructive ability, aren't equivalent. It is connected by that deformation processes are formed in the various ways loading. At influence of a wheel of a vehicle, layers of pavement are exposed loading a kind «downloads – unload» (Fig. 4a). At oscillations loading has sign-variable power character (Fig. 4b). Qualitative distinction of this loading is presented in Fig. 4.

At sign-variable deformations the objects possessing limited flexibility which concern of an asphalt concrete pavement, at such deformations quickly enough lose the bearing capacity and destruction by means of formation of cracks. Therefore, at strength calculations, having such deformations, it is necessary to enter the admissible pressure lowered on 50–70 % that isn't carried out because of absence of the account vibrating loading.

Long-term monitoring over destruction processes an asphalt concrete pavement and numerous laboratory researches have revealed that more crack resistance an asphalt concrete of the raised flexibility possesses. Now the pavement with such asphalt concrete find universal application. However, physical essence of the improved qualities of flexible pavement till now in any way does not connect with presence of signvariable deformations or vibrating loading.



Fig. 4. The deformation characteristics of loading of highway structures, F – force of elastic deformation; y – deflection of a pavement

For the theory and practice of designing of pavement acceptance of basic idea it should be important that if the car in the course of all movement is exposed continuous vibrating loading as it constantly interaction with roughness of a road surface each section of a pavement has only short-term influence from outside car wheels. Consequently, at modelling at investigations of vibrating destruction of highway structures there is no necessity to consider system "the car – a highway structures", as uniform dynamic as oscillations of layers of pavement are made in the absence of disturbance from outside the car.

Whereas these ideas allow not only to establish the reasons of untimely destruction of layers of pavements, but also to find ways of increase of pavement serviceability and durability of highway structures.

The executed theoretical investigations and statistical materials of monitoring of highways specify in that traditional modes of increase in strength of flexible pavements do not prevent them from vibrating destruction. More often the direct increase in thickness of the pavements, conducting to growth strength indicators, on crack resistance lead to return result.

Vibrating loading of flexible pavements, according to instrument experimental base, it is estimated on level vertical vibroaccelerations more often. By means of system of filters and integration programs it is possible to express vibration level through vibration speed and vibrodisplacement. However, for use in strength calculations all these dynamic indicators aren't suitable. At designing of pavements it is necessary to pass to strength to an indicator, namely, to a dynamic deflection. Such indicator is defined by a settlement way and can be corrected by comparison to materials of natural experiment.

At passage by the car of investigated section of a pavements to it such quantity of deflections of loading from the car which is equal to number of axes of the car is realized. At excitation of vibration the number of oscillatory deflections is defined by a frequency spectrum of joint oscillatory of layers of pavement. As an important indicator is not only presence of deflections, but also their sizes, it is necessary to consider peak levels as well. Amplitude of vibrating deflections loading from the car, but they in an initial range of damped oscillations have close quantity. On the deformation indicator they can be simulated as deflections loading from cars with smaller loadings on an axis, than at the car – the activator of vibration.

Thus, vibrating loading it is possible to transform to model loading a pavements movement of numerous cars with the lowered loadings on an axis. At such modeling by the basic destructive factor the deflection quantity, and quantity or repeatability (frequency) of deflections acts not.

At growth of repeatability of deflections the number additional loading which are received by a highway structures while in maintenance.

Repeatability or frequency deflection a spectrum and peak level of deflections completely depends on a pavements or physical parameters of layers of pavement. The major influence on a deflection spectrum has parities of the partial frequencies of all vibrational system, which is represented by multilayered pavement. In turn these frequencies are formed by parities of weights and elasticity layers.

At a rational parity of physical parameters of layers in a pavement, in the course of joint oscillations of its elements, the frequency spectrum of deflections with the lowered amplitudes and small repeatability will be realized. At other parity the reverse effect turns out. Unfortunately, unsuccessful parities have the majority of operated pavement. Therefore their durability is supported only limited time by means of preventive repairs.

As an example in Figure 5 expected dynamic deflections generated in the course of oscillations of two variants of the same of highway structures are presented.



Fig. 5. The Progibno-time dynamic characteristic of highway structures

The highway structures represents the five-layer: dense asphalt concrete, porous asphalt concrete, bitumen macadam, graded crushed stone and sand. Distinction by variants consists of different thickness of asphalt concrete pavement layers. In the first variant the thickness of a layer dense asphalt concrete makes 0.04 m and porous asphalt concrete 0.15 m, and in the second variant of 0.05 and 0.13 m accordingly. Thickness of layers in the road base and a layer of sand are identical, making the total thickness 0.48 m. The basic indicator characterizing strength of a pavement, it is considered to be the elasticity module. The settlement module of the elasticity, the presented first variant of a pavement, makes 448 MPa, and the second – 384 MPa.

From Figure 5 follows that a background vibration on amplitudes of dynamic deflections a little above at the first variant. The raised repeatability of amplitudes on the presented time interval is ascertained at it also. We will notice that at first sight the difference of dynamic indicators (level of amplitudes and their repeatability) on variants is insignificant. However, it is necessary to take into account that it is indicators vibrating loading, one car generated after travel. At long-term operation of the pavement, the presented distinctions become determining.

structure

If vibrating loading to present as additional number of application of load from the design vehicle at planned pavement service life in 15 years the actual number of application of load in the first variant will be increased in 2.2 times in comparison with the second variant. As a result, planned working life of pavement taking into account the vibrating factor will make 2.2 and 5.4 years by variants accordingly. These terms are close to average indicators for operational highways in Russia.

Having established that level and the form of vibration of a pavement depend on some parity partial frequencies of layers of pavement or selection of their weights and elasticity, it is possible to pass to purposeful formation of pavements which will have lowered vibrating loading.

Such approach to consideration of physical processes of interference of oscillation layers of pavement has made possible to develop a method of design of pavement taking into account the vibrating factor, based on a basis of realization of a rational parity partial frequencies or frequencies of elastic communication of layers.

This correlation can be expressed two polynomial dependences of calculation of rational selection of thickness of layers and them stiffness parametres:

$$h_{i} = (a_{1}i^{4} + a_{2}i^{3} + a_{3}i^{2} + a_{4}i + a_{5})\frac{\rho_{1}}{\rho_{i}} * h_{1} , m \quad (1)$$

$$c_{i} = (b_{1}i^{4} + b_{2}i^{3} + b_{3}i^{2} + b_{4}i + b_{5})\frac{\rho_{1}}{\rho_{i}} * h_{1} * E_{i} * 10^{3}$$

$$(2)$$

where:  $h_1$  – thickness of the first layer of pavement, m;  $h_i$  – thickness of *i*-th layer of pavement, m;  $c_i$  – stiffness of *i*-th layer of pavement, kN/m;  $\rho_i$  – bulk density of a material of *i*-th layer of pavement, kg/ m<sup>3</sup>;  $E_i$  – the module of elasticity of i-th layer, kN/m<sup>2</sup>; i – serial number of a layer of pavement.

The coefficients of polynomials ai, bi are calculated for a specific construction of pavement.



As it was marked a rational correlation of frequencies of elastic communication of layers of pavement repeatability and size of amplitudes of dynamic deflections decrease. It is visible in Figure 6 for which the pavement with lowered vibrating loading is simulated and is presented as a variant 3. In comparison with the second variant repeatability at a variant 3 more than twice is less.



Fig. 6. The Progibno-time dynamic characteristic of highway structures

Physical and strength indicators of variant 3 make – the module of elasticity 352 MPa, a thickness of a layer dense asphalt concrete 0.05 m (as at variant 2),

a thickness of a layer porous asphalt concrete 0.07 m (twice it is less than at variant 2), a correlation of thickness road base of road metal and sand is picked up according to polynomial dependences (1) and (2), the total thickness of pavement is almost identical. The basic increase in thickness was made on a sand layer.

For the third variant the vibrating additional number of application of load in 1.8 times is less than at variant 2 and planned working life makes 11 years. It is obvious also that it is economically more favourable variant of pavement.

Designing of pavement taking into account the vibrating factor, based on an rational correlation of frequencies of elastic communication of layers, may allow to finish operational life to planned terms and it is essential to lower expenses for building of highways and for all kinds of repair.

#### References

- Osinovskaya V.A.: Vibration destruction of flexible pavement. Monograph, p. 203, Moscow, 2008.
- [2] The design of the pavement: patent. RU № 2399715 C1 Russian Federation: MPK E01C 7/00 (2006.01)/ Osinovskaya V.A.
- [3] Iliopolov S.K.: Factor of destruction. Energy impact of the wheels of vehicles on the road. Roads of Russia, № 4 (2002), pp. 68–70.



PAWEŁ KOSSAKOWSKI Kielce University of Technology e-mail: kossak@tu.kielce.pl

### ASSESSMENT OF ENDURANCE RESERVES OF STEEL CRANE BEAMS BEING UNDER LONG-TERM OPERATION

#### Abstract

This article includes issues related to the estimation of fatigue strength of structural elements subjected to the cyclic variables loads. The results of the assessment of the fatigue strength reserves of steel beams subjected to long-term operation of crane are presented. This evaluation was made in connection with the change in utility plant and replacement of cranes resulting in increasing their loads. The assessment was based on advanced numerical analysis of crane beams subjected to the fatigue, which enabled the detection of regions particularly dangerous, exposed on the possible damage. The results of numerical analysis have been fully confirmed during the examinations, as many parts were damaged in the places indicated in the calculations. The result of the work was to develop a program and repair project as well as strengthening of crane beams together with detailed guidelines for their operation.

Keywords: endurance reserves, fatigue, crane support beams, cyclic variables loads.

#### **1. INTRODUCTION**

Evaluation of the fatigue strength reserves is a basic requirement to a number of systems and elements operating over a long period on the occurrence of cyclic variables loads. For objects operating for a long time the material properties change due to aging. As a consequence of this phenomenon, in many cases, the load-bearing capacity of particular elements may decrease considerably, making a structure unsuitable for safe use. As is well known, beam crane works under cyclic variable loads and because of this fundamental parameter determining the endurance capacity is the fatigue strength of the material from which they are made. Hence, the need to undertake research in this area and present the results of analyses carried out in relation to real, operating elements.

As mentioned, in the elements operating under cyclic variable loads cyclically variable stress occurs, resulting in the development of fatigue. Two ranges of fatigue depending on the load and durability are defined:

- low-cycle fatigue, when low durability of elements is caused by high-level loads,
- high-cycle fatigue, when high durability of elements is caused by low-level loads.

Different mechanisms of failure define these types of fatigue, depending on the loads. The low- and the high-cycle fatigue range are divided by line at the point where the fatigue curve, plotted in the natural coordinates, goes from convex to concave. Only the high-cycle fatigue is taken into account in the design codes [1], and the point of origin is assumed to be  $N = 10^4$  cycles [2]. The Wöhler curve, which is the basic diagram used in fatigue analyzes, shows the relationship between the high-cycle fatigue strength  $\Delta \sigma$  and the number of cycles *N*. It is plotted in the logarithmic coordinates, but the non-linear relationship can be replaced by linear sections  $\Delta \sigma(N)$ .

#### 2. FATIGUE STRENGTH

According to the design standard PN-90/B-03200 [1] the fatigue curve  $\Delta \sigma_R(N)$  is divided by three sections, limited by the characteristic values of the number of cycles, *N* (Fig. 1). The first two sections cover the ranges of the so-called limited fatigue strength  $\Delta \sigma_R$ , dependent on the number of cycles, *N*, while the third section cover the range of the so-called unlimited (permanent) fatigue strength  $\Delta \sigma_L$  which is independent on the number of cycles, *N*.

The first section of the  $\Delta \sigma_R(N)$  is defined for the range  $N = 10^4 \div 2 \cdot 10^6$ , and for characteristic number



<sup>до<sub>R</sub>, мРа</sup>		۵ ا	$\sigma_{c}(\Delta \sigma_{c} = \Delta \sigma_{R})$ $\Delta \sigma_{c}(\Delta \sigma_{c} = \Delta \sigma_{R})$	<u>dla N = 2×1</u> = Δσ <sub>R</sub> dla N	10 <sup>6</sup> ) = 5×10 <sup>6</sup> )	N 40 <sup>8</sup> )
100- 50- 10- 10-	Δτ <sub>R</sub>	Δτ <sub>C</sub>		Δσ <sub>1</sub> (Δσ 5)//////// 5)///////// 5 10 <sup>8</sup> N	$\Delta \tau_{\rm L}$	f cycles N
N = 10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	106	2 × 10 <sup>6</sup>	5 × 10 <sup>6</sup>	10 <sup>7</sup>	108
F	atigue str	ength ∆o	R [MPa] for	direct stre	ess rang	es
			Δσ <sub>C</sub>	Δσ <sub>D</sub>		Δσι
931	433	201	160	118	103	65
815	379	176	140	103	90	57
729	338	157	125	92	80	51
670	311	145	115	85	74	46
583	271	127	100	74	64	40
466	217	101	80	59	51	32
332	154	/2	5/	42	37	23
202	98	45	45 36	27	29	15
F	atigue str	ength Δτ	<sub>R</sub> [MPa] for	shear stre	ess rang	es
231	146	92	$\Delta \tau_{\rm C} = 80$	67	58	$\Delta \tau_L = 37$
$\Delta \sigma_{C}$ - Deta $\Delta \sigma_{D}$ - Con $\Delta \sigma_{L}$ - Cut- $\Delta \tau_{C}$ - Deta $\Delta \tau_{L}$ - Cut-	ail categor stant amp off limit fo ill categor off limit for	y for direct litude fati r direct st y for shear shear st	ct stress ran gue limit for ress ranges ar stress ran ress ranges	ges direct stres ges	ss range	S

Fig. 1. Fatigue strength curves for specific number of cycles *N* according to [1]



of cycles  $N_c = 2 \cdot 10^6$ , the so-called standard fatigue strength  $\Delta \sigma_c$  is determined during the laboratory tests. The standard fatigue strength is also referred to as fatigue (detail) category or normative fatigue strength. There are several detail categories  $\Delta \sigma_c$ , assigned to a specific element and a specific stress direction that indicates the curve to be used for assessing fatigue.

The second section of the limited fatigue strength  $\Delta \sigma_R$  is represented in the range of  $N = 2 \cdot 10^6 \div 5 \cdot 10^6$ . The number of cycles  $N_D = 5 \cdot 10^6$ , corresponding to the constant-amplitude permanent fatigue strength  $\Delta \sigma_D$ , is the limit for the range of variation of normal stresses at a constant amplitude below where there is no fatigue damage.

The third section of the fatigue curve is defined by the range of unlimited (permanent) fatigue strength  $\Delta\sigma_L$ . The number of cycles  $N_L = 10^8$  characterizes the cut-off limit  $\Delta\sigma_L$ . The stress variation does not affect the accumulation of damage below the number of fatigue cycles  $N_L = 10^8$ .

The  $(\log \Delta \sigma_R)$  -  $(\log N)$  curves for each category of fatigue are expressed as a range of variation of normal stresses, defining the fatigue strength. Figure 1 shows the curves of fatigue strength for the normal stress variation corresponding to the categories of fatigue  $\Delta \sigma_c = 36-160$  MPa for the various components shown in the table Z3-1 in PN-90/B-03200 standard [1].

#### **3. THE FATIGUE ASSESSMENT OF CRANE BEAMS**

#### **3.1. Construction of the crane beams**

The crane beams in the production hall were the subject of the assessment, which was made. Before modernization the production hall was designed for the products storage. After the rebuilding the hall was assumed to utility production and storage of products and as the social segment for workers.

The crane beams were made in the 50s' and 70s' of the XX century. They were made of welded sheet metal with a I-beam shape cross-section. The construction of the platforms was made of the checker plate arranged on the grid of angle profiles. Crane beams were based on steel columns and connected with each other.

All crane beams were distinguished due to the dimensions and the shape into 4 types:

- Beam of length L = 12.0 m, height 1650 mm, with a platform of width  $B \approx 1000$  mm
- Beam of length L = 12.0 m, height 1650 mm, with a platform of width  $B \approx 1500$  mm
- Beam of length L = 6.0 m, height 1650 mm, with a platform of width  $B \approx 1000$  mm

- Beam of length L = 6.0 m, height 950 mm, with a platform of width  $B \approx 1200 \text{ mm}$ 

The figures below show one of the crane beam and its construction scheme.



Fig. 2. The side view of one of the crane beams



Fig. 3. The construction scheme of one of the crane beams

The modernization project assumed that the cranes will be used according to their current function, but the loads will be changed due to the installation of new cranes with lifting capacity of 40 tons and 20 tons each. Thus, the technical assessment of crane beams was needed and checking their load capacity in the static and fatigue ranges at expected load-level.

#### 3.2. Assessment of the number of fatigue cycles

Assessment of the bearing capacity of beams in the static range was not a big problem. The real estimation of the strength and the reserve in the fatigue range caused same difficulty. These parameters decided about the suitability for further service, as shown later in this article.

The basic problem of determining the fatigue strength of structures subjected to a long-term operation is to determine the number of fatigue cycles  $N_0$ , to which the structure was subjected. Number of fatigue cycles  $N_0$  has direct impact on the fatigue strength of the normal stress  $\Delta \sigma_R$  according to the formula:



$$\Delta \sigma_{R} = 0.735 \cdot \Delta \sigma_{C} \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{N} \right)^{\frac{1}{m}} =$$

$$= 0.735 \cdot \Delta \sigma_{C} \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{N_{0} + N_{1}} \right)^{\frac{1}{m}} \ge \Delta \sigma_{L}$$

$$(1)$$

where: N – total number of fatigue cycles,  $N_0$  – number of fatigue cycles when the structure was subjected to,  $N_1$  – number of fatigue cycles for further service, m =3 for  $N \le 5 \cdot 10^6$  and m = 5 for  $N > 5 \cdot 10^6$ .

Fatigue strength of shear stress  $\Delta \tau_{R}$  is defined as:

$$\Delta \tau_{R} = \tau_{c} \left(\frac{2 \cdot 10^{6}}{N}\right)^{\frac{1}{5}} = \Delta \tau_{c} \left(\frac{2 \cdot 10^{6}}{N_{0} + N_{1}}\right)^{\frac{1}{5}} \ge \Delta \tau_{L}$$
(2)

where:  $\Delta \sigma_{C}$ ,  $\Delta \sigma_{I}$  – the standard fatigue strength (detail category), and unlimited fatigue strength (cut-off limit), respectively, in the normal stress range,  $\Delta \tau_{c}$ ,  $\Delta \tau_{t}$ - the standard fatigue strength (detail category), and unlimited fatigue strength (cut-off limit), respectively, in the shear stress range.

The first step in assessing the fatigue strength reserves of crane beams was to estimate the number of fatigue cycles, which were experienced in the course of many years of service. The information provided by the developer indicated that the hall for about 20 years, beginning in about 1975 to 1976, was extensively exploited in the continuous cycle and an annual throughput of about 800 000 tones. A crane used in this period had lifting capacity of 16 tons. It was found that as a result of intensive exploitation an excessive consumption of any fixtures and supports of simply supported crane beams occurred. The crane beams, which were continuously repaired or replaced, were also damaged.

Considering the above, it was assumed that the crane beams have worked under cyclic variables loads for a time. By analyzing the size of the annual throughput of 800 000 tones, data on the level workloads crane with a lifting capacity of 16 tons, it was estimated that during the 20-year life of the crane beams the partial use of the strength of fatigue corresponded to quantity  $N_0 = 8 \times 10^5$  cycles. It should be noted that this quantity was assumed with a certain tolerance due to the lack of accurate data on the characteristics of the crane operation during its many years of service.

#### 3.3. Static and fatigue strength analysis of crane beams

The next stage was to carry out calculations of the static and fatigue strength. The modernization program provides for the use the two cranes with a capacity of 40 tons and 20 tons in parts of the hall of the spacing of columns and lengths of crane beams respectively 12.0 m and 6.0 mm.

Strength calculations were performed using a program based on finite element Autodesk Robot Structural Analysis. The construction of crane beams was modeled with the use of bars in the form of simply supported beam based on the steel columns (Fig. 4). The pinned connection of the truss bracings with the heads of the supporting columns was taken into account. The limit of the vertical, horizontal, and perpendicular to the axis and the rotation around the longitudinal axis of the beam was assumed at the ends.



Rys. 4. Numerical model of one of the crane beams.

In the first step the loads acting on the beam were summarized. The influence of the dynamic interaction of the crane on the crane beam was taken into account by multiplying the vertical forces acting on the wheel contact points with rails overhead by a factor  $\beta$  equal to 1.4. Based on technical information and design standard [3], the following characteristics loads were assumed:

a) maximum vertical forces:

- $V_{max} = \beta \cdot P_{max} = 1.4 \cdot 271 = 379$  kN, b) horizontal forces perpendicular to the track:  $L = 25\ 000\ \text{mm}, e = 5500\ \text{mm} \rightarrow L/e = 4.55 \rightarrow k =$ 0.2275
  - $H_{p max} = k \cdot P_{max} = 0.2275 \cdot 271 = 61.7 \text{ kN}$
- c) horizontal forces parallel to the track:  $H_{rmax} = 0.12 \cdot P_{max} = 0.12 \cdot 271 = 32.5 \text{ kN}$
- d) uniformly distributed service load of the platform  $p_k = 1.5 \text{k/m}^2$

The value of the coefficient to determine the design loads was  $\gamma_{\rm f} = 1.2$ .

Long-term part of the crane load for combinations in long-term use of serviceability limit state was calculated by multiplying the vertical forces and the forces perpendicular to the track by a factor  $\Psi_d = 0.8$ .



In terms of static analysis in any of the four analyzed beams the limit state capacity and use were not exceeded.

As noted previously, for the elements exposed to cyclically variable loads over a period of service, the characteristics which determine their suitability for continued use is the fatigue strength, or rather its reserves. In the later stage of the analysis the reserve of fatigue strength of beams was performed and the strength of the particular parts of the cross section was tested.

Taking into account the assumed number of fatigue cycles, the beams were subjected during the operation to the number of  $N_0 = 8 \times 10^5$  cycles.

Taking into account the technical data of the cranes such as group work intensity (GNP) A6, the group of work intensity beams B7 and class loading crane beams K4 was assumed according to [1]. This corresponded to the beam use category H5, at which the number of fatigue cycles was at the level of  $N_1 = 5 \times 10^5$  cycles. The total number of fatigue cycles N that the beam will be subjected to in service will be:

$$N = N_0 + N_1 = 8 \times 10^5 + 5 \times 10^5 = 1.3 \times 10^6$$
 (3)

Assuming that the maximum and minimum force on one wheel of the crane is  $P_{max} = 271$  kN and  $P_{min} = 67$  kN, respectively, the spectrum ratio K was determined as:

$$K = 0.5 K_{p} \left( 1 + \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right) =$$

$$= 0.5 \cdot 0.5 \cdot \left( 1 + \frac{67}{271} \right) = 0.624$$
(4)

For the exponent dependent on the number of fatigue cycles m = 3 the coefficient of the spectrum inhomogeneity  $\alpha_m$  was:

$$\alpha_m = K^{1/m} = 0.624^{1/3} = 0.854 \tag{5}$$

These parameters allowed us to determine theoretical fatigue strength for each of the analyzed parts of the beam cross-sections according to equation (1).

Taking into account the structure of the beams as part of the welded sheets the specific categories of fatigue were adopted. And so, for the welded connection of the upper flange with to the webs, a category  $\Delta \sigma_R = 36$ MPa was assumed, which allowed the determination of fatigue strength as:

$$\Delta \sigma_{R} = 0.735 \cdot \Delta \sigma_{C} \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{N} \right)^{\frac{1}{m}} =$$

$$= 0.735 \cdot 36 \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{1.3 \cdot 10^{6}} \right)^{\frac{1}{3}} = 41.5 \text{ MPa}$$
(6)

For the other parts of the crane beam cross section, a category  $\Delta \sigma_R = 80$  MPa, was assumed, determining the fatigue strength as:

$$\Delta \sigma_{R} = 0.735 \cdot \Delta \sigma_{C} \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{N} \right)^{\frac{1}{m}} =$$

$$= 0.735 \cdot 80 \left( \frac{5 \cdot 10^{6}}{1.3 \cdot 10^{6}} \right)^{\frac{1}{3}} = 92.1 \text{ MPa}$$
(7)

Then all the characteristic parts of the cross section of crane beams in accordance with the guidelines in [4, 5] were examined. All components of the normal and tangential shear stresses were included, setting the range of variation of reduced stress  $\Delta \sigma_{ez}$  as:

$$\Delta \sigma_{ez} = \sqrt{\Delta \sigma_{ex}^2 + \Delta \sigma_{ey}^2 - \Delta \sigma_{ex} \Delta \sigma_{ey} + 3(\Delta \tau_{ev} + \Delta \tau_{es})^2} \quad (8)$$

and the range of variation of principal stresses  $\Delta \sigma_{eq}$ :

$$\Delta \sigma_{eg} = \frac{\Delta \sigma_{ex} + \Delta \sigma_{ey}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\Delta \sigma_{ex} - \Delta \sigma_{ey}\right)^2 + 4 \left(\Delta \tau_{ev} + \Delta \tau_{es}\right)^2}$$
(9)

where:  $\Delta \sigma_{ex}$ ,  $\Delta \sigma_{ey}$  – the ranges of variation of normal stresses, respectively, in directions *x* and *y*,  $\Delta \tau_{ey}$ ,  $\Delta \tau_{es}$  – ranges of variation of shear stress on shear and torsion, respectively.

As the calculations have shown, for one of the analyzed crane beam a length of 6.0 m, a platform width of 1.2 m and the web thickness t = 12 mm the possibility of the loss of the fatigue strength for a period shorter than the expected life of the crane was found. The loss of the capacity affected the welds connecting the web and the upper flange of the crane beam. Exceeding the fatigue strength was approximately 34% and the strength condition was defined as:

$$\Delta \sigma_e = 55.7 \text{ MPa} > \Delta \sigma_R / \gamma_{fat} = 41.5 \text{ MPa} \quad (10)$$

As a result of the possibility of the loss of the fatigue strength of crane beams, in-depth examination of all components was performed. Many elements had cracks in welds connecting the upper flange and the



webs, confirming the predictions drawn from the results of numerical and stress analysis. Importantly, the diagnosed damages occurred prior to further exploitation of the beams, and hence the corresponding number of fatigue cycles  $N_0$ , where the beams have already been subjected to. In conclusion, the assumed value of  $N_0 = 8 \times 10^5$  cycles for some beams was underestimated. The view of beam damage, mainly in the form of cracks in welds connecting the individual elements is shown in the figures below.



**Fig. 5.** Damage of one of the crane beams: weld cracks at the interface between the web and ribs and the upper flange



**Fig. 6.** Damage of one of the crane beams: weld cracks at the interface between the web and ribs and the upper flange



**Fig. 7.** Cracks in welds connecting the front plate and the webs and ribs found in one of the crane beams

#### 3.4. The results of the work

As stated in the previous chapter, in the case of beams of length L = 6.0 m and a platform width B =1200 mm and web thickness t = 12 mm the possibility of loss of fatigue strength for a period shorter than the expected life of the crane was found. The loss of the capacity affected weld connections of the web and the upper flanges of the beams. Other elements of the beams meet the requirements for the fatigue strength. Based on the results of the calculations, it was found that all the elements of the other crane beams meet the requirements in the range of the fatigue strength. It should be noted that the analysis was conducted based on the approximate information regarding the use of the hall in previous years. In particular, this relates to the estimation of the partial use of the strength of beams in fatigue at the level of  $N_0 = 8 \times 10^5$  cycles.

Analyzing the results of strength calculations, the conditions of the beams and the observed damage, natural necessity was to overhaul all of crane beams including strengthening.

After the renovation works carried out and enhance the strength and re-analysis, it was found that all crane beams meet the requirements for the static and fatigue load for single cranes with a lifting capacity of 40 tones and 20 tones at the assumed period of operation of cranes for the number of cycles  $N = 1.3 \times 10^6$ . Taking into account above, it was stated that the cranes with lifting capacity of 40 tones and 20 tones can operate with complying the specific operating conditions, which was submitted to the user of the object.

#### 4. SUMMARY AND CONCLUSIONS

As can be seen in the case of elements subjected to cyclic variables loads, the correct estimation of the reserve of fatigue strength is the primary issue. In terms of the static loads crane beams are often oversized and, thus, have reserves of the capacity. The opposite situation occurs with respect to fatigue strength, which in the course of many years of service is progressively reduced. In the case of beams subject to modernization and expected to continue their use the correct issue is to estimate the number of fatigue cycles that the crane beams were subjected to during its operation. As shown in the article, underestimation of this parameter may result in the risk of damage to the beams in shorter time than anticipated. In the present case the fatigue strength was lost at an earlier period, when these elements were used. In the estimation of fatigue issues, it is essential to do a thorough strength analysis, which results in a



detection of the sensitive regions in the structure, in which damage can be expected.

#### References

- [1] PN-90/B-03200 Konstrukcje stalowe. Obliczenia statyczne i wymiarowanie.
- [2] Rykaluk K.: *Pęknięcia w konstrukcjach stalowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2000.

Paweł Kossakowski

- [3] PN-86/B-02005 Obciążenia budowli. Obciążenia suwnicami pomostowymi, wciągarkami i wciągnikami.
- [4] Żółtowski W., Łubiński M.: Konstrukcje metalowe. Część II. Arkady, Warszawa 2004.
- [5] Żmuda J.: *Projektowanie torów jezdnych suwnic i elektrowciągów*. Wydawnictwo TiT, Opole 1997.

### Ocena rezerw wytrzymałości zmęczeniowej stalowych belek podsuwnicowych poddanych wieloletniej eksploatacji

#### **1. WPROWADZENIE**

Ocena rezerw wytrzymałości zmęczeniowej jest podstawowym wymogiem, jaki stawiany jest wielu elementom konstrukcyjnym eksploatowanym przez długi okres w zakresie występowania obciążeń wielokrotnie zmiennych. Powszechnie wiadomym jest, że własności materiałowe obiektów eksploatowanych przez długi czas wykazują zmiany wskutek tzw. efektu starzenia. Może zatem zachodzić podejrzenie, że w przypadku wielu elementów ich nośność jest zredukowana, a może nawet niewystarczająca do dalszego bezpiecznego użytkowania. Jak wiadomo belki podsuwnicowe pracują w zakresie obciążeń cyklicznie zmiennych i z tego powodu podstawowym parametrem wytrzymałościowym determinującym ich nośność jest wytrzymałość zmęczeniowa materiału którego są wykonane. Stąd konieczność podejmowania badań w tym zakresie i prezentowania wyników analiz prowadzonych w odniesieniu do elementów rzeczywistych.

Jak wspomniano, w elementach poddawanych działaniu obciążeń wielokrotnie zmiennych powstają cyklicznie zmienne naprężenia, powodujące rozwój zmęczenia. W zależności od wartości obciążeń i trwałości wyróżnia się dwa zakresy zmęczenia:

- zmęczenie niskocyklowe, charakteryzujące się wysokimi wartościach obciążeń, które powodują niską trwałość elementów,
- zmęczenie wysokocyklowe, zachodzące przy niskich poziomach obciążenia, skutkujące wysoką trwałością obciążanych elementów.

Obydwa rodzaje zmęczenia cechują inne mechanizmy zniszczenia, co jest związane z różnym poziomem obciążenia. Granica pomiędzy zmęczeniem nisko- i wysokocyklowym jest określana w punkcie, w którym krzywa zmęczeniowa, nakreślona we współrzędnych naturalnych, ulega przegięciu z odcinka wypukłego we wklęsły. W normach projektowych, (np. [1]), nie uwzględnia się zmęczenia niskocyklowego, a jedynie wysokocyklowe, którego punkt początkowy ustalony jest na poziomie  $N = 10^4$  cykli [2]. Wykres Wöhlera, czyli zależność wytrzymałości zmęczeniowej wysokocyklowej od liczby cykli, przedstawiany jest we współrzędnych logarytmicznych, co pozwala zastąpić zależność nieliniową przy pomocy odcinków liniowych  $\Delta \sigma(N)$ .

#### 2. WYTRZYMAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA

W normie PN-90/B-03200 [1] przyjęto, że wykres zmęczeniowy  $\Delta \sigma_R(N)$  składa się z trzech odcinków, ograniczonych charakterystycznymi wartościami liczby cykli *N* (rys. 1).

Dwa pierwsze odcinki obejmują zakres tzw. ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej  $\Delta \sigma_R$ , zależnej od liczby cykli *N*. Pierwszy odcinek wykresu  $\Delta \sigma_R(N)$ obejmuje liczbę cykli w przedziale  $N = 10^4 \div 2 \cdot 10^6$ . Dla liczby cykli  $N_C = 2 \cdot 10^6$  prowadzone są badania laboratoryjne celem wyznaczenia tzw. normatywnej wytrzymałości zmęczeniowej  $\Delta \sigma_C$ , która jest określana również terminem kategorii zmęczeniowej. Jest to wartość liczbowa przypisana określonemu elementowi i określonemu kierunkowi naprężeń, która wskazuje krzywą miarodajną do oceny zmęczenia.

Drugi odcinek zakresu ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej  $\Delta \sigma_R$  obejmuje przedział  $N = 2 \cdot 10^6 \div 5 \cdot 10^6$ , przy czym liczba cykli  $N_D = 5 \cdot 10^6$ odpowiada tzw. wytrzymałości trwałej przy stałej amplitudzie  $\Delta \sigma_D$ . Jest to graniczna wartość zakresu zmienności naprężeń normalnych przy stałej amplitudzie, poniżej której nie występują uszkodzenia zmęczeniowe.

Drugą częścią wykresu zmęczeniowego, a zarazem jego ostatnim odcinkiem, jest zakres obejmujący tzw. nieograniczoną (trwałą) wytrzymałość zmęczeniową  $\Delta\sigma_L$ , która jest niezależna od liczby cykli *N*. Definiowana jest ona przy liczbie cykli  $N_L = 10^8$  i jest to wartość graniczna  $\Delta\sigma$ , poniżej której zmienność naprężeń nie ma wpływu na kumulację uszkodzeń.

Na rysunku 1 pokazano krzywe wytrzymałości zmęczeniowej w zakresie zmienności naprężeń normalnych odpowiadającym kategoriom zmęczeniowym  $\Delta\sigma_c = 36-160$  MPa dla różnych elementów konstrukcyjnych zamieszczonych w tablicy Z3-1 normy PN-90/B-03200 [1].

Wytrzymałość zmęczeniowa wyrażona zakresem zmienności naprężeń normalnych reprezentowana jest przy pomocy krzywych  $(\log \Delta \sigma_R) - (\log N)$  dla danej kategorii zmęczeniowej.

#### 3. OCENA ZMĘCZENIOWA BELEK PODSUWNICOWYCH

#### 3.1. Konstrukcja belek podsuwnicowych

Przedmiotem wykonanej oceny były belki podsuwnicowe hali produkcyjnej. Przed modernizacją hala przeznaczona była do składowania produktów. Po przebudowie program użytkowy hali zakładał produkcję i składowanie produktów oraz segment socjalny dla pracowników.

Belki podsuwnicowe hali były wykonywane w latach 50. i 70. XX wieku. Wykonano je jako spawane z blach o przekroju poprzecznym dwuteowy. Konstrukcję pomostów wykonano się blachy żeberkowej ułożonej na tężniku kratowym z profili kątownikowych z belką ceownikową. Belki podsuwnicowe oparto na słupach stalowych oraz połączono ze sobą.

Z uwagi na wymiary i kształt wyodrębniono 4 typy belek podsuwnicowych:

- belki długości L = 12,0 m, wysokości 1650 mm, z pomostem szerokości B  $\approx$  1000 mm
- belki długości L = 12,0 m, wysokości 1650 mm, z pomostem szerokości B ≈ 1500 mm
- belki długości L = 6,0 m, wysokości 1650 mm, z pomostem szerokości B ≈ 1000 mm
- belki długości L = 6,0m, wysokości 950 mm, z pomostem szerokości B ≈ 1200 mm

Na rysunkach 2 i 3 pokazano jedną z belek podsuwnicowych oraz schemat konstrukcyjny.

W ramach projektu modernizacji przewidziano, że belki podsuwnicowe będą nadal użytkowane zgodnie z ich dotychczasową funkcją, jednak zmianie ulegnie obciążenie z uwagi na montaż nowych suwnic o udźwigu 40 ton i 20 ton każda. Stąd ujawniła się konieczność wykonania oceny stanu technicznego belek podsuwnicowych oraz sprawdzenie ich nośności w zakresie statycznym oraz zmęczeniowym dla przewidywanego zakresu obciążeń.

#### 3.2. Ocena liczby cykli zmęczeniowych

Oszacowanie nośności belek podsuwnicowych w zakresie statycznym nie stanowiło większego problemu. Pewną trudnością było natomiast w miarę rzeczywiste określenie wytrzymałości i jej rezerw w zakresie obciążeń zmęczeniowych, co jak pokazano w dalszej części artykułu decydowało o przydatności belek do dalszej eksploatacji.

Podstawowym problemem determinującym wytrzymałość zmęczeniową konstrukcji poddanej wieloletniej eksploatacji jest określenie liczby cykli zmęczeniowych  $N_0$ , którym ta konstrukcja była poddana. Liczba cykli zmęczeniowych  $N_0$  bezpośrednio przekłada się na wytrzymałość zmęczeniową w zakresie naprężeń normalnych  $\Delta\sigma_R$  według zależności (1).

Wytrzymałość zmęczeniowa w zakresie naprężeń stycznych  $\Delta \tau_{R}$  określona jest jako (2).

Pierwszym krokiem oceny rezerw wytrzymałości zmęczeniowej belek podsuwnicowych było oszacowanie liczby cykli zmęczeniowych, którym były one poddane w trakcie wieloletniej eksploatacji. Z informacji przekazanych przez inwestora wynikało, że hala przez około 20 lat, począwszy od roku około 1975/76 była intensywnie eksploatowana w cyklu pracy ciągłej i rocznym przerobie około 800 000 ton. Używana w tym okresie suwnica miała udźwig 16 ton. W wykonanej ekspertyzie stanu technicznego belek stwierdzono, że w wyniku intensywnej eksploatacji występowało nadmierne zużycie wszelkich mocowań i podparć swobodnie podpartych belek podsuwnicowych. Ucierpiały również belki podsuwnicowe, które sukcesywnie naprawiono, czy też wymieniano.

Uwzględniając powyższe, założono, że belki podsuwnicowe przepracowały pewien okres czasu w zakresie obciążeń wielokrotnie zmiennych. Analizując wielkość rocznego przerobu na poziomie 800 000 ton, dane dotyczące poziomu obciążeń roboczych suwnicy o udźwigu 16 ton, oszacowano, że w ciągu 20-letniego okresu eksploatacji hali częściowe wykorzystanie wytrzymałości belek w zakresie zmęczenia odpowiadało liczbie  $N_0 = 8 \times 10^5$  cykli. Należy jednak zaznaczyć, że wielkość ta została przyjęta z pewną tolerancją z uwagi na brak dokładnych danych dotyczących charakterystyki pracy suwnicy w ciągu jej wieloletniej eksploatacji.

#### 3.3. Statyczna i zmęczeniowa analiza wytrzymałości belek podsuwnicowych

Kolejnym etapem było przeprowadzenie obliczeń wytrzymałościowych w zakresie statycznym oraz zmęczeniowym. Program modernizacji przewidywał użytkowanie dwóch suwnic o nośności 40 ton i 20 ton w częściach hali o rozstawie słupów i długościach belek podsuwnicowych odpowiednio 12,0 m i 6,0 mm.

Obliczenia wytrzymałościowe wykonano przy użyciu programu opartego na metodzie elementów skończonych Autodesk Robot Structural Analysis. Konstrukcję belek podsuwnicowych modelowano jako układ prętowy w postaci belki wolnopodpartej opartej na słupach (rys. 4). Uwzględniono przegubowe połączenie konstrukcji tężnika kratowego z głowicami słupów podporowych. Na podporach skrajnych przyjęto ograniczenie przemieszczeń pionowych, poziomych prostopadłych do osi belki oraz obrotów dookoła osi podłużnej belki. Model przestrzenny uzyskano uwzględniając żeberka usztywniające belki jako elementy łączące belkę z kratownicą pomostu.

W pierwszym kroku zestawiono obciążenia działające na belkę. Wpływ dynamicznego oddziaływania suwnic na belkę podsuwnicową uwzględniono mnożąc siły pionowe działające w punktach styku kół suwnic z szynami przez współczynnik β równy 1,4.

Opierając się na informacjach technicznych suwnic oraz [3], przyjęto następujące obciążenia charakterystyczne:

a) maksymalne siły pionowe:

- $V_{max} = b \cdot P_{max} = 1,4 \cdot 271 = 379 \text{ kN},$ b) siły poziome prostopadłe do toru:
- b) sily poziome prostopadłe do toru:  $L = 25\ 000\ \text{mm}, \text{ e} = 5500\ \text{mm} \rightarrow L/e = 4,55 \rightarrow k$  = 0,2275
  - $Hp_{max} = k \cdot Pmax = 0,2275 \cdot 271 = 61,7 \text{ kN}$
- c) siły poziome równoległe do toru:

 $Hr_{max} = 0,12 \cdot P_{max} = 0,12 \cdot 271 = 32,5 \text{ kN}$ 

d) obciążenie użytkowe pomostu równomiernie rozłożone  $p_k = 1.5 k/m^2$ 

Wartość współczynnika do określania obciążeń obliczeniowych  $\gamma_f = 1,2$ .

Długotrwałą część obciążenia zmiennego dźwignicą dla kombinacji obciążeń długotrwałych w stanie granicznym użytkowania obliczono, mnożąc siły pionowe oraz siły prostopadłe do toru przez współczynnik  $\Psi_d = 0.8$ .

W zakresie analizy statycznej w żadnej z 4 analizowanych belek nie stwierdzono przekroczenia stanów granicznych nośności i użytkowania.

Jak już zauważono poprzednio, w odniesieniu do elementów poddawanych obciążeniom cyklicznie zmiennym przez pewien okres eksploatacji charakterystyką decydującą o ich przydatności do dalszego użytkowania jest wytrzymałość zmęczeniowa, a w zasadzie jej rezerwy. W dalszym etapie analizy określono więc rezerwy wytrzymałości zmęczeniowej belek oraz sprawdzono wytrzymałość poszczególnych części przekroju poprzecznego.

Uwzględniając zakładaną liczbę cykli zmęczeniowych, którym belki były poddane w trakcie eksploatacji, przyjęto wartość  $N_0$  na poziomie  $N_0 = 8 \times 10^5$  cykli.

Na podstawie danych technicznych suwnic takich jak grupa natężenia pracy suwnic (GNP) A6 przyjęto zgodnie z [1] grupę natężenia pracy belki B7 oraz klasę obciążenia belki podsuwnicowej K4. Odpowiadało to klasie wykorzystania belki H5, przy której liczba cykli zmęczeniowych była na poziomie  $N_1 = 5 \times 10^5$  cykli. Całkowita liczba cykli zmęczeniowych *N*, którym belki będą poddawane w czasie eksploatacji wynosić będzie – wzór (3).

Przyjmując, że maksymalny i minimalny nacisk na jedno koło suwnicy wynosi odpowiednio  $P_{max} = 271 \text{ kN i } P_{min} = 67 \text{ kN określono współczynnik}$ wypełnienia widma jako (4).

Dla wykładnika zależnego od liczby cykli zmęczeniowych m = 3 wyznaczono współczynnik niejednorodności wypełnienia widma (5).

Powyższe parametry pozwoliły na wyznaczenie teoretycznej wytrzymałości zmęczeniowej dla poszczególnych części przekroju poprzecznego analizowanych belek wg zależności (1).

Uwzględniając konstrukcję belek jako elementu spawanego z blach przyjęto odpowiednie kategorie zmęczeniowe. I tak, dla styku spawanego pasa górnego ze środnikiem przyjęto wartość  $\Delta \sigma_R = 36$  MPa, co pozwoliło na określenie wytrzymałości zmęczeniowej na poziomie – wzór (6).

Dla pozostałych części przekroju poprzecznego belki podsuwnicowej przyjęto wartość  $\Delta \sigma_R = 80$  MPa, określając tym samym wytrzymałość zmęczeniową jako (7).

Następnie sprawdzono wszystkie charakterystyczne miejsca przekroju poprzecznego belek podsuwnicowych zgodnie z wytycznymi zawartymi w [4, 5]. Uwzględniano wszystkie składniki naprężeń

normalnych i stycznych, wyznaczając zakres zmienności naprężeń zastępczych  $\Delta \sigma_{ez}$  jako (8) oraz zakres zmienności naprężeń głównych  $\Delta \sigma_{ec}$  jako (9).

Jak wykazały obliczenia sprawdzające w przypadku jednej z analizowanych belek podsuwnicowych długości 6,0 m, szerokości pomostu 1,2 m oraz grubości środnika  $t_w = 12$  mm stwierdzono możliwość wyczerpania wytrzymałości zmęczeniowej w okresie krótszym niż przewidywany okres eksploatacji suwnicy. Wyczerpanie nośności dotyczyło spoin pachwinowych łączących środnik z pasem górnym belki. Przekroczenie wytrzymałości zmęczeniowej wyniosło około 34%, a warunek nośności określony został jako (10).

W efekcie stwierdzenia możliwości wyczerpania wytrzymałości zmęczeniowej belek podsuwnicowych przeprowadzono szczegółowe badania wszystkich elementów. W wielu elementach stwierdzono pęknięcia spoin łączących pasy górne ze środnikami, co potwierdziło przewidywania wysnute z rezultatów analizy wytrzymałościowej. Co istotne, zdiagnozowane uszkodzenia wystąpiły przed dalszą eksploatacją belek, a więc w zakresie odpowiadającym liczbie cykli zmęczeniowych  $N_0$ , którym belki były już poddane. Stąd wniosek, że zakładana wartość  $N_0$  na poziomie  $8 \times 10^5$  cykli w odniesieniu do niektórych belek była niedoszacowana.

Widok uszkodzeń belek, głównie w postaci pęknięć spoin łączących poszczególne elementy pokazano na rysunkach 5, 6, 7.

#### 3.4. Wyniki przeprowadzonych prac

Jak podano w poprzednim rozdziale, w przypadku belek o długości L = 6,0 m i szerokości pomostu B = 1200 mm oraz grubości środnika  $t_{w}$  = 12 mm stwierdzono możliwość wyczerpania wytrzymałości zmęczeniowej w okresie krótszym niż przewidywany okres eksploatacji suwnicy. Wyczerpanie nośności dotyczyło spoin pachwinowych łączących środnik z pasem górnym belek. Pozostałe elementy belek spełniały wymagania w zakresie wytrzymałości zmęczeniowej. W oparciu o wyniki obliczeń stwierdzono, że wszystkie elementy pozostałych belek podsuwnicowych są nośne w zakresie wytrzymałości zmęczeniowej. Należy zaznaczyć, że analiza prowadzona była w oparciu o przybliżone informacje dotyczące eksploatacji hali w latach poprzednich. W szczególności dotyczy to oszacowania częściowego wykorzystania wytrzymałości belek w zakresie zmęczenia na poziomie  $N_0 = 8 \times 10^5$  cykli.

Analizując wyniki obliczeń wytrzymałościowych, stan techniczny belek oraz stwierdzone uszkodzenia, naturalną koniecznością było przeprowadzenie remontu generalnego wszystkich belek podsuwnicowych obejmującego również fragmentaryczne ich wzmocnienie.

Po przeprowadzonych pracach remontowych i wzmacniających oraz powtórnej analizie wytrzymałościowej stwierdzono, że wszystkie belki podsuwnicowe są nośne w zakresie obciążeń statycznych i zmęczeniowych dla obciążenia pojedynczymi suwnicami o udźwigu 40 ton i 20 ton przy zakładanym okresie eksploatacji suwnic dla liczby cykli  $N = 1,3 \times 10^6$ . Uwzględniając powyższe, stwierdzono, że suwnice o udźwigu 40 ton i 20 ton mogą poruszać się po torowisku przy spełnieniu szczegółowych warunków eksploatacyjnych, które przedłożono użytkownikowi obiektu.

#### 4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Jak widać, w przypadku elementów poddanych oddziaływaniu obciążeń wielokrotnie zmiennych poprawne oszacowanie rezerw wytrzymałości zmęczeniowej jest zagadnieniem podstawowym. W zakresie obciążeń statycznych belki podsuwnicowe często są przewymiarowane i co za tym idzie posiadają znaczne zapasy nośności. Sytuacja odwrotna zachodzi w odniesieniu ich wytrzymałości zmęczeniowej, która w trakcie wieloletniej eksploatacji elementów ulega postępującej redukcji. W przypadku belek podlegających modernizacji i przewidywanych do dalszego użytku kluczowe jest poprawne oszacowanie liczby cykli zmęczeniowych, którym dany element był poddawany w trakcie jego eksploatacji. Jak pokazano w artykule, niedoszacowanie tego parametru może skutkować ryzykiem uszkodzenia elementu w okresie krótszym niż zakładany. W analizowanym przypadku wyczerpanie wytrzymałości zmęczeniowej nastąpiło w okresie wcześniejszym, gdy elementy te były użytkowane. W trakcie szacowania zagadnień zmęczeniowych podstawowe znaczenie ma również przeprowadzenie dokładnej analizy wytrzymałościowej, w wyniku której możliwe jest precyzyjne skazanie miejsc newralgicznych w konstrukcji, w których można spodziewać się uszkodzeń.



#### WIOLETTA RACZKIEWICZ<sup>1</sup> DOROTA MICHAŁOWSKA-MAZIEJUK<sup>2</sup>

Kielce University of Technology

<sup>1</sup> e-mail: wiolar@tu.kielce.pl, <sup>2</sup> d.michalowska@tu.kielce.pl

### THE USE OF NON-DESTRUCTIVE METHOD TO EVALUATE THE PROCESS OF ELECTROCHEMICAL CORROSION OF REINFORCEMENT IN CONCRETE

#### Abstract

The article describes non-destructive electrochemical method that assesses the severity of corrosion of reinforcement in concrete and presents experimental studies carried out in application of this method. The study was conducted on two types of concrete specimens of differing type cement: CEM I and CEM IIIA. The specimens tests were subjected to cycles of freezing and thawing process in a solution of NaCl. Then on the specimens the measurements were carried out, which allowed for the observation of degradation and the development of concrete cover of reinforcing steel corrosion. The measurements were performed with using a test apparatus by which it was possible to determine the existence of corrosion and its severity using three independent parameters: fixed potential and its gradient, the resistivity of concrete cover and densities of the corrosion current. The results obtained enabled the analysis of corrosion occurring in the specimen of reinforced concrete as well as to assess the effectiveness of the apparatus used for the measurement.

Keywords: reinforced concrete, corrosion of reinforcement, non-destructive electrochemical method

#### 1. Introduction

Concrete structures are very resistant to the effects of some factors of the external environment. As a result of the carbon dioxide  $(CO_2)$  penetration, the migration of water and dissolved chemicals in it (such as NaCl) and due to significant changes in humidity and temperature (freezing and thawing) concrete is subjected to adverse physical and chemical processes which resulted in losing the protective properties of the reinforcement. Suitable for concrete pH of  $12.5 \div 13.5$  begins to fall, and if it falls below 11 steel loses passivating layer and the process of corrosion begins. Depending on the ambient temperature and humidity, atmospheric oxygen and the penetration of the salt, the process is more or less intensive. On the surface of rebar corrosion products are formed – the reinforcement increases its volume, which in turn leads to the scratch and then loosening the casing [2, 5].

Now, thanks to the modern measuring devices the changes which occur in the reinforced concrete elements can be relatively early captured and possibly corrective measures taken [1]. The assessment of corrosion of the reinforcing steel in concrete is determined mainly based on two methods: the material method and electrochemical method. There is a separate group of radiographic measurement methods [3, 4, 6].

Materials method involves testing of the concrete. Typically it relates to pH measurement and thereby determines the degree of carbonation of the concrete or measuring the concentration of chloride ions. Using this particular method first of all the cause of corrosion can be determined [3].

And the electrochemical method consists of performing non-destructive testing which allow to specify the areas covered by corrosion and to assess the intensity of corrosion processes. Such a method was used in the studies presented in this article using test GalvaPulse equipment. The set of measurement used for testing allows for the determination of corrosion, its severity and to determine the probability of its conduct in using three independent parameters: the steady potential of the reinforcement and its gradient, resistivity of concrete cover and the densities of corrosion current. These parameters are measured simultaneously, which is quite important that two

of them: the steady potential and cover resistivity measurements provide vague and only with the third parameter measurements – densities of the corrosion current gives reliable results. Therefore, such a device is effective in the study, in contrast to the other, in which the measurements on only one (resistivity coatings), or two parameters (resistivity of casing and the steady potential of the reinforcement) [4, 6].

In addition, a set of GalvaPulse GP-500 has a minicomputer with installed software which makes it possible to collect automatically all of the data, a preliminary analysis of the results, view graphical map the distribution of the measured parameters and the ability to perform the reports. All files with the measurements can also be transferred to another computer and analyzed for example in Excel [8].

#### 2. Experimental studies

The tests were subjected to two sets of concrete specimens differing in cement kind. 9 specimens were made of concrete CEM I Portland cement and 9 specimens using a metallurgical cement CEM III A, ie cement with increased resistance to chlorides. The specimens were prepared according to the recipe as for concrete C30/37, consistency K-5, w/c = 0.43. The specimens had the dimensions of 210x228x100 mm. The reinforcement was used with diameter of 8 mm steel 500th BST. Each sample contained two parallel rods arranged in spaces every 7 cm. Adopted coating was 30 mm. In addition, each group of specimens had 3 150x150x150 mm concrete cubic sample to determine the quality of concrete. All specimens were made and nurtured in the hall with identical laboratory conditions of temperature and humidity.

After three months of concreting the initial measurements were proceeded. For this purpose, for each sample four measuring points were determined by means of which a set of GP-500 GalvaPulse measurements of the reinforcement steady potential, the resistivity of concrete cover and the density of corrosion current were made. Then, in order to initiate corrosion processes, the specimen was subjected to 70 cycles of freezing and thawing in a 3% NaCl solution. Immediately after freezing cycles identical specimens were re-tested.

#### 3. Analysis of results and conclusions

With special software installed in minicomputer of a set of GP-500 measurements were saved automatically. For each sample there was a separate file with the data from the four points. Recorded data were transferred to a computer and analyzed in Excel. The three parameters were subjected to the analysis: the steady potential, resistivity of concrete cover and density of corrosion current, so that it was possible to determine the existence of corrosion and its severity.

The measured values are presented separately for the specimens taken on the basis of cement CEM I and CEM III and compared to the values measured before freezing specimens (reference measurement) with the corresponding values measured on the same specimens after 70 cycles of freezing and thawing in a solution of NaCl, which enabled to create charts comparison (Fig. 1). Each bar on the chart represents average results of four measurements performed on one specimen.













Fig. 1. Measured values of parameters for specimens of cement CEM I and CEM IIIA

Table 1 summarizes the average results of the measurements for the two types of specimen (based on cement CEM I and CEM III) prior to freezing (P1) and after the cycles of freezing (P2). Each result is the average one obtained from the test on 9 specimens.

 Table 1. The average results of the measurements for the two types of specimen

	icor, mA/cm <sup>2</sup>		Est,	mV	θ, kΩ cm		
	P1	1 P2		P2	P1	P2	
CEM I	0.92	3.38	-207.11	-243.34	1.85	1.29	
CEM IIIA	1.18	1.53	-200.05	-207.10	2.09	2.08	

For the correct interpretation of the parameters used in [7] and [8], according to which the risk of corrosion of reinforcement is assessed upon the following criteria:

a) the value received by steady potential Est:

- Est < 350 mV for corrosion with a 95%,
- $-350 \text{ mV} \le \text{Est} \le -200 \text{ mV}$ the probability of the occurrence of corrosion 50%,
- Est > 200 mV the probability of the occurrence of corrosion of 5%,

b) the value received by the resistance of concrete cover,  $\boldsymbol{\Theta}:$ 

- $\Theta \le 10 \text{ k}\Omega \text{ cm}$ high probability of corrosion,
- 10 kΩ cm ≤ Θ < 20 kΩ cm average probability of corrosion,
- $\Theta \ge 20 \text{ k}\Omega \text{ cm}$ low probability of corrosion,

c) values obtained by the density of corrosion current, icor:

- < 0.5 μA/cm<sup>2</sup> not forecasted areas of corrosion activity,
- 0.5 ÷ 2 µA/cm<sup>2</sup> negligible corrosion activity,
- 2 to 5 μA/cm<sup>2</sup> low corrosion activity,
- 5 to 15 μA/cm<sup>2</sup> moderate corrosion activity,
- $15 \,\mu A/cm^2$

high corrosion activity.

Apparently, the progress of corrosion in density of corrosion current measurements was observed. After 70 cycles of freezing the specimens in a solution of NaCl in the standard value icor specimens of cement CEM I increased from 0.92 to 3.38 mA/cm<sup>2</sup>, means according [8] the reinforcement with "an insignificant corrosion activity" entered into a higher range of "low corrosion activity." The specimen of cement CEM III, this value also increased, but minimally - reinforcement was still "insignificant corrosion activity." Thus, these studies have confirmed the efficiency of CEM III as resistant to chloride salts.

Also the steady potential measurements showing the progress of corrosion of the reinforcement of the specimens CEM I, in which the value has decreased from Est -207.11 to -243.34 mV. This means that although the same amount of "probability of corrosion of 50% occurrence", but with a low value

range is shifted in the direction "of corrosion with probability 95%". For specimen with cement CEM III Est value before freezing and after freezing were almost identical  $\sim -204.00 \text{ [mV]}$  (lower limit "of corrosion with a probability of 50%"), which also confirmed the effectiveness of the cement in concrete exposed to chlorides.

At the same time, these results show that the corrosion progress cannot be predicted only on the basis of this parameter as it is hardly possible that the initial measurements made on the specimens before freezing (stored in the laboratory and exposed to the aggressive environment) have demonstrated "the probability of corrosion of 50%".

Resistivity measurements of concrete cover, for both specimens of cement CEM I and CEM III were ~1.29÷2.09 k $\Omega$  cm, would suggest a "high probability of corrosion" –  $\Theta \leq 10 \text{ k}\Omega$  cm. However, the values of  $\Theta$  were associated with intense moisturizing of concrete specimen surface, necessary for the proper measurements performance.

#### 4. Conclusions

Based on the results of the analysis the following conclusions can be drawn.

Non-destructive measurements performed by using a set of electro-GP-500 allow to evaluate the severity of corrosion of reinforcement in concrete specimens, but only when all three parameters are measured simultaneously. Measurements of two parameters, including steady potential and reinforcement concrete cover resistivity are less reliable. They may even suggest that more accurate measurements are to be carried out. However, the measurements of only one parameter – resistivity of concrete cover are completely unreliable for assessing the progress of corrosion of reinforcement.

The use of cement CEM III in specimen of concrete has a significant impact on reducing reinforcement corrosion processes due to both the effect of chloride salts and freezing of specimens.

#### References

- Drobiec Ł., Jasiński R., Piekarczyk A., Diagnostyka konstrukcji żelbetowych. Metodologia, badania polowe, badania laboratoryjne betonu i stali. PWN, Warszawa 2010.
- [2] M.A. El-Redy, *Steel-Reinforced Concrete Structures*. CRC Press2008.
- [3] Jaśniok M., Jaśniok T., Metody diagnostyki zagrożenia korozyjnego zbrojenia w konstrukcjach żelbetowych (cz. I). Przegląd Budowlany 2/2007.
- [4] Jaśniok M., Jaśniok T., Metody diagnostyki zagrożenia korozyjnego zbrojenia w konstrukcjach żelbetowych (cz. III). Przegląd Budowlany 6/2007.
- [5] Kurdowski W., *Chemia cementu i betonu*. Polski Cement Kraków, PWN, Warszawa 2010.
- [6] Łakomy T., Korozja zbrojenia w obiektach mostowych w zależności od stanu betonu w konstrukcji. Rozprawa doktorska, Warszawa 2009.
- [7] ASTM C-876-91. Standard Test Method for Half-Cell Potentials of Uncoated Reinforcing Steel in Concrete.
- [8] http://www.germann.org/TestSystems/GalvaPulse/ GalvaPulse.pdf.

### Wykorzystanie nieniszczącej metody elektrochemicznej do oceny procesu korozji zbrojenia w betonie

#### 1. Wprowadzenie

Betonowe elementy konstrukcji są mało odporne na działanie niektórych czynników środowiska zewnętrznego. Na skutek penetracji dwutlenku węgla (CO<sub>2</sub>), migracji wody i rozpuszczonych w niej związków chemicznych (np. NaCl) oraz ze względu na istotne zmiany wilgotności i temperatury (zamrażanie i rozmrażanie) beton podlega niekorzystnym procesom fizyko-chemicznym, w wyniku których traci właściwości ochronne względem zbrojenia. Właściwe dla betonu pH rzędu 12,5 ÷ 13,5 zaczyna spadać, a jeśli spadnie poniżej 11, stal traci warstwę pasywującą i rozpoczyna się proces korozji. W zależności od wilgotności i temperatury otoczenia, dostępu tlenu atmosferycznego oraz penetracji soli, proces ten przebiega z większą lub mniejszą intensywnością. Na powierzchni prętów zbrojeniowych powstają produkty korozji - zbrojenie zwiększa swoją objętość, co w efekcie doprowadza do zarysowania, a następnie odspajania się otuliny [2, 5].

Obecnie, dzięki nowoczesnym urządzeniom pomiarowym, można stosunkowo wcześnie uchwycić zmiany, jakie zachodzą w elementach żelbetowych i ewentualnie podjąć środki zaradcze [1]. Ocena zagrożenia korozją stali zbrojeniowej w betonie określana jest głównie w oparciu o dwie metody: materiałową i elektrochemiczną. Odrębną grupę stanowią pomiary metodami radiograficznymi [3, 4, 6].

Metoda materiałowa wiąże się z badaniami betonu. Zwykle dotyczy ona pomiaru pH i tym samym określenia stopnia karbonatyzacji betonu lub pomiaru stężenia jonów chlorkowych. Za pomocą tej metody można przede wszystkim ustalić przyczyny korozji [3].

Metoda elektrochemiczna polega natomiast na przeprowadzeniu nieniszczących badań, które pozwalają określić obszary objęte korozją oraz ocenić intensywność procesów korozyjnych. Taką metodę zastosowano w badaniach przedstawionych w artykule, wykonanych przy wykorzystaniu aparatury badawczej GalvaPulse. Użyty do badań zestaw pomiarowy umożliwia ustalenie występowania korozji, jej stopnia zaawansowania oraz określenie prawdopodobieństwa jej postępowania w czasie za pomocą trzech niezależnych parametrów, tj. potencjału stacjonarnego zbrojenia i jego gradientu, rezystywności otuliny betonowej oraz gęstości prądu korozyjnego. Parametry te sa mierzone jednocześnie, co jest o tyle istotne, że dwa z nich: potencjał stacjonarny oraz rezystywność otuliny dają pomiary mało precyzyjne i tylko wraz z pomiarem trzeciego parametru - gęstości prądu korozyjnego, dają wiarygodne wyniki. Z tego względu urządzenie takie jest skuteczne w badaniach, w przeciwieństwie do innych, w których pomiary dotyczą tylko jednego (rezystywności otuliny), ewentualnie dwóch parametrów (rezystywności otuliny oraz potencjału stacjonarnego zbrojenia) [4, 6].

Dodatkowo, zestaw GalvaPulse GP-500 posiada minikomputer z zainstalowanym oprogramowaniem, dzięki któremu możliwe jest automatyczne gromadzenie wszystkich danych, wstępna analiza uzyskanych wyników, podgląd graficzny map rozkładu mierzonych parametrów oraz możliwość wykonywania raportów. Wszystkie pliki z pomiarami można też przenieść do innego komputera i analizować np. w programie Excel [8].

#### 2. Badania doświadczalne

Badaniom poddane zostały dwie grupy żelbetowych próbek różniących się między sobą rodzajem cementu. Wykonanych zostało 9 próbek z betonu na cemencie portlandzkim CEM I oraz 9 próbek z zastosowaniem cementu hutniczego CEM IIIA, tj. cementu o podwyższonej odporności na działanie chlorków. Próbki wykonano wg receptury jak dla betonu C30/37, konsystencji K-5, w/c = 0,43. Próbki miały wymiary 210 x 228 x100 mm. Jako zbrojenie zastosowano pręty żebrowane o średnicy  $\phi$  8 mm ze stali BST 500. W każdej próbce znajdowały się dwa równoległe pręty, ułożone w rozstawie co 7 cm. Przyjęta otulina wynosiła 30 mm. Dodatkowo, do każdej grupy próbek wykonane zostały po 3 betonowe prób-

ki sześcienne 150 x 150 x 150 mm w celu określenia klasy betonu. Wszystkie próbki były wykonane i pielęgnowane na hali laboratoryjnej w identycznych warunkach temperatury i wilgotności.

Po trzech miesiącach od zabetonowania przystąpiono do pomiarów początkowych. W tym celu na każdej badanej próbce wyznaczone zostały 4 punkty pomiarowe, w których za pomocą zestawu GalvaPulse GP-500 wykonano pomiary potencjału stacjonarnego zbrojenia, rezystywności otuliny betonowej oraz gęstości prądu korozyjnego. Następnie, w celu zainicjowania procesów korozyjnych, próbki poddano 70 cyklom zamrażania i rozmrażania w 3% roztworze NaCl. Bezpośrednio po cyklach mrożenia próbki poddano powtórnym identycznym badaniom.

#### 3. Analiza wyników i wnioski

Dzięki specjalnemu oprogramowaniu zainstalowanemu w minikomputerze z zestawu GP-500 pomiary zapisywały się automatycznie. Dla każdej próbki powstał oddzielny plik z danymi z czterech punktów pomiarowych. Zapisane dane zostały przetransponowane do komputera i analizowane w programie Excel. Analizie podlegały wartości trzech parametrów: potencjału stacjonarnego, rezystywności otuliny betonowej oraz gęstości prądu korozyjnego, dzięki którym możliwe było ustalenie występowania korozji oraz jej stopnia zaawansowania.

Pomierzone wielkości zestawiono oddzielnie dla próbek wykonanych na bazie cementu CEM I oraz cementu CEM IIIA i porównywano wartości pomiarów przed mrożeniem próbek (pomiary odniesienia) z odpowiednimi wartościami pomierzonymi na tych samych próbkach po 70 cyklach ich zamrażania i rozmrażania w roztworze NaCl, co pozwoliło utworzyć wykresy porównawcze (rys. 1). Każdy słupek na wykresie oznacza uśredniony wynik z czterech pomiarów wykonanych na jednej próbce.

W "Tab. 1" zestawiono średnie wyniki pomiarów dla dwóch typów próbek (na bazie cementu CEM Ii CEM IIIA) przed mrożeniem (P1) i po cyklach mrożenia (P2). Każdy wynik to średnia otrzymana z badań 9 próbek.

Do właściwej interpretacji parametrów wykorzystano [7] oraz [8], zgodnie z którymi do oceny stopnia zagrożenia korozyjnego zbrojenia przyjmowane są następujące kryteria:

a) wg otrzymanych wartości potencjału stacjonarnego, Est:

 Est < – 350 mV występowanie korozji z prawdopodobieństwem 95%,

- − 350 mV ≤ Est ≤ − 200 mV występowanie korozji z prawdopodobieństwem 50%,
- Est > -200 mV
  - występowanie korozji z prawdopodobieństwem 5%,

b) wg otrzymanych wartości rezystancji otuliny betonowej,  $\Theta$ :

- Θ ≤ 10 kΩ cm duże prawdopodobieństwo korozji,
- 10 kΩ cm ≤ Θ < 20 kΩ cm średnie prawdopodobieństwo korozji,
- Θ ≥ 20 kΩ cm małe prawdopodobieństwo korozji,

c) wg otrzymanych wartości gęstości prądu korozyjnego, icor:

- < 0,5 μA/cm<sup>2</sup> obszary o nieprognozowanej aktywności korozyjnej,
- 0,5 ÷ 2 μA/cm<sup>2</sup> nieistotna aktywność korozyjna,
- 2÷5 μA/cm<sup>2</sup> niska aktywność korozyjna,
- 5÷15 μA/cm<sup>2</sup> umiarkowana aktywność korozyjna,
- > 15 μA/cm<sup>2</sup> wysoka aktywność korozyjna.

Najwyraźniej postęp procesu korozji uwidocznił się w pomiarach gęstości prądu korozyjnego – po wykonaniu 70 cykli mrożenia próbek w roztworze NaCl średnia wartość icor w próbkach z cementem CEM I wzrosła z 0,92 do 3,38  $\mu$ A/cm<sup>2</sup>, czyli wg [8] zbrojenie "o nieistotnej aktywności korozyjnej" weszło w wyższy zakres "o niskiej aktywności korozyjnej". W próbkach z cementem CEM IIIA wartość tego parametru również wzrosła, ale minimalnie – zbrojenie miało wciąż "nieistotną aktywność korozyjną". Tym samym badania potwierdziły skuteczność stosowania cementu CEM IIIA, jako odpornego na działanie soli chlorkowych.

Również pomiary potencjału stacjonarnego zbrojenia wykazały postęp korozji w próbkach z cementem CEM I, w których wartość Est spadła z -207,11do -243,34 mV. Oznacza to wprawdzie ten sam przedział "występowania korozji z prawdopodobieństwem 50%", ale z dolnego zakresu tego przedziału wartości przesunęły się w kierunku "występowania korozji z prawdopodobieństwem 95%". Dla próbek z cementem CEM IIIA wartości Est przed mrożeniem i po mrożeniu były prawie identyczne ~ -204,00 mV (dolna granica "występowania korozji z prawdopodo-

struct

bieństwem 50%"), co również potwierdziło skuteczność stosowania tego cementu w betonach narażonych na działanie chlorków. Jednocześnie wyniki te pokazały, że nie można prognozować postępu korozji tylko na podstawie tego parametru, ponieważ raczej nie jest możliwe, aby pomiary początkowe wykonane na próbkach przed ich mrożeniem (przechowywanych w warunkach laboratoryjnych i nie narażonych na agresywne działanie środowiska) wykazały "występowanie korozji z prawdopodobieństwem 50%".

Pomiary rezystywności otuliny betonowej, które zarówno dla próbek z cementem CEM I jak i CEM IIIA wynosiły ~ 1,29 ÷ 2,09 k $\Omega$  cm, mogłyby sugerować "duże prawdopodobieństwo korozji" –  $\Theta \leq 10 \text{ k}\Omega$  cm. Jednak takie wartości  $\Theta$  były związane z intensywnym nawilżaniem betonowej powierzchni próbek, koniecznym do właściwego wykonania pomiarów.

#### 4. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonej analizy wyników badań można sformułować następujące wnioski.

Pomiary wykonywane nieniszczącą metodą elektrochemiczną przy użyciu zestawu GP-500 pozwalają na ocenę stopnia zaawansowania korozji zbrojenia w próbkach betonowych, jednak tylko wtedy, kiedy mierzone są wszystkie trzy parametry jednocześnie. Pomiary dwóch parametrów, w tym potencjału stacjonarnego zbrojenia i rezystywności otuliny betonowej są mniej miarodajne. Mogą ewentualnie sugerować, czy należy przeprowadzić dokładniejsze pomiary. Natomiast zupełnie niemiarodajne do oceny procesu postępu korozji zbrojenia są pomiary tylko jednego parametru – rezystywności otuliny betonowej.

Zastosowanie cementu CEM IIIA w próbkach żelbetowych istotnie wpływa na ograniczenie procesów korozji zbrojenia spowodowanych zarówno działaniem soli chlorkowych, jak i mrożenia i rozmrażania próbek.



JERZY WAWRZEŃCZYK<sup>1</sup> AGNIESZKA MOLENDOWSKA<sup>2</sup> ADAM KŁAK<sup>3</sup>

Kielce University of Technology Faculty of Civil Engineering and Architecture

<sup>1</sup>e-mail: zmsjw@tu.kielce.pl <sup>2</sup>e-mail: agam@tu.kielce.pl <sup>3</sup>e-mail: adamklak@tu.kielce.pl

### RELATIONSHIP BETWEEN POROSITY CHARACTERISTICS AND CONCRETE FROST DURABILITY IN BRIDGES

#### Abstract

Current requirements for concrete mix design for bridges, including the acceptable absorption value of  $n_w \leq 4\%$  are being widely discussed. This paper presents the results of the research conducted on concrete with granite aggregate content. The research involved the analysis of relationship between strength, absorption, permeability, porosity structure and the freeze-thaw resistance of air entrained and non-air entrained concretes with variable W/C ratios.

Keywords: concrete, freeze-thaw resistance, air entrainment, polymer microspheres.

#### 1. Introduction

The scale of repairs performed on the existing bridges and the construction output for new bridges have increased over the last several years. Certain limiting values for materials have been introduced in relation to concretes for bridges and new requirements have been added concerning concrete absorption, permeability and frost resistance. Currently, the following requirements are in force: cement type CEM I for bridges, coarse volcanic rock aggregate, absorption that does not exceed 4%, water permeability of not less than W8, and frost resistance of F150.

The new concrete standard PN-EN 206-1:2003 categorizes exposure classes related to environmental actions. Concrete slabs, as the elements exposed to significant direct attack of water and de-icing agents, are assigned to exposure class XF4. The limiting values included in this class are the following:

- max. W/C ratio = 0.45,
- minimum concrete strength class C 30/37,
- minimum cement content 340 kg/m3,
- minimum air content 4%.

These requirements have stirred up controversy. Glinicki [1] and Biliszczuk [2] are not the only authors who point out that absorption has been given too much importance. They proposed a change with respect to maximum absorption limit from 4% to 5%. Wawrzeńczyk [3] expressed a similar opinion. Concrete mix designers and specifiers have to be aware that concrete B30 will not have an absorption rate lower than 4%. Considering the common today use of de-icing agents, frost resistance-related requirements should be made more restrictive by adding an immersion test in salt solutions [2].

Concrete air entrainment seems to be indispensable to the freeze-thaw resistance of concrete bridges exposed to water and de-icing salts action, which has not been formulated as a strict requirement in the relevant directives. PN-EN 206-1:2003 prescribes only the minimum air content value with other porosity parameters left unspecified. Meeting the air content requirement will not suffice to ensure concrete frost durability. National complementary standards to EN 206-1 in other European countries (Austria, Denmark) provide, alongside the minimum air content value, the requirements concerning minimum A<sub>300</sub> pore content and maximum spacing factor L [4]. Some proposals as for the air content in the concrete mix and the air pore structure parameters are included in "Technical Requirements for Concrete Pavements" now in preparation [5]. Average and minimum air content values are proposed separately for concrete with air entraining admixtures and separately for concrete mixes with air entraining admixtures and plasticisers/superplasticising admixtures. The content of pores that are less than 300  $\mu$ m in diameter (A<sub>300</sub>) should be greater than 1.5% and the spacing factor  $\overline{L}$  should not exceed 0.20 mm.

This paper presents the results of tests performed on concrete samples with granite aggregate. The tests helped analyse the relationship between strength, absorption, permeability, porosity structure and frost resistance in air entrained and non-air entrained concretes with variable W/C ratios.

#### 2. Methodology

The aim of the author's own research was to determine how the W/C ratio and air entrainment affect physical properties, porosity structure and frost durability of concrete for bridges. The tests were performed on concrete mixtures with W/C =  $0.36 \div 0.55$ made with granite aggregate, traditional air entraining admixture and polymer microspheres.

For that purpose 11 concrete samples with various W/C ratios were prepared, including 4 non-air entrained samples, 3 samples air entrained in a traditional manner (AEA) and 4 samples air entrained with polymer microspheres.

The following constituents were used to prepare the concrete samples:

- cement CEM I 42,5N HSR NA-WARTA,
- natural sand  $0 \div 2$  mm,
- coarse aggregate granite in fraction 4 ÷ 8, 8 ÷ 16 mm,
- plasticiser (PL),
- air entraining admixture (ŚN),
- polymer microspheres (MS),

The plan of this research was to measure compressive strength  $f'_{cm}$ , mass absorption  $n_w$ , chloride ions permeability Q, porosity characteristics (A,  $A_{300}$ ,  $\overline{L}$ ), the degree of frost durability F150 ( $\Delta m$ ,  $\Delta R$ ) to PN-88/B-06250, and resistance to scaling of the specimens frozen in a 3% NaCl solution ( $dm_{56}$ ). The Boras method was used.

Concrete's compressive strength, absorption and frost resistance were tested on 10x10x10 cm cubes in accordance with PN-88/B-06250. The resistance to scaling was measured on moulded specimens 15x15x5 cm, frozen in a 3% NaCl solution and prepared to [6]. Microsections were prepared and porosity characteristics were estimated from the cumulative length of

chord intercepts in compliance with PN-EN 480-11 [7]. The set composed of a Nikon SMZ 800 microscope, a CCD camera with table (Prior) was used for automatic image analysis.

**Table 1.** Physico-chemical analysis of portland cementCEM I 42.5N HSR NA

Parameter	Unit	Results
Water absorption	%	26.0
Setting time	min	205
Compressive strength, - 2 days - 28 days	MPa	24.4 50.7
Fexural strength, - 2 days - 28 days	MPa	4.5 7.9
Density	g/cm <sup>2</sup>	3.17
Blaine	cm²/g	3229
Roasting loss	%	0.8
Insoluble parts	%	0.31
SiO <sub>2</sub>	%	21.94
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	%	3.79
Fe <sub>2</sub> 0 <sub>3</sub>	%	4.38
Ca0	%	64.64
SO <sub>3</sub>	%	2.53
Na <sub>2</sub> O <sub>eq</sub>	%	0.37

The composition and selected concrete properties are collated in Table 2.

Table 2. Composition and selected properties of concrete mixes

Seria	W/C	C kg	K kg	K MS kg %m.c.		ŚN % m.c.	ρ <sub>ь</sub> kg/m³
B1	0.54	331	1811	-	0.33	-	2322
B2	0.47	360	1815	-	0.58	-	2346
B3	0.42	392	1817	_	1.22	-	2374
B4	0.39	419	1840	-	0.79	-	2422
M1	0.55	338	1736	0.60	0.27	-	2262
M2	0.49	361	1717	0.60	0.18	-	2256
M3	0.44	386	1687	0.60	0.55	-	2242
M4	0.50	348	1812	0.40	0.51	-	2334
N1	0.47	341	1723	-	0.53	0.35	2223
N2	0.41	380	1757	_	0.54	0.18	2291
N3	0.36	423	1785	_	0.92	0.19	2360

#### 3. Test results and discussion

Table 3 presents the test results for the hardened concretes in the range of concrete strengths from C 25/30 to C 50/60. Three of all the concrete samples observed had absorption value  $n_w$  of not more than 4%.

Weight absorption of the concretes was in the range of  $3.93 \div 6.19\%$ . The results show a relatively good correlation between the W/C ratio and the concrete compressive strength, absorption and permeability.

Seria	f′ <sub>cm</sub> MPa	n <sub>w</sub> %	Q Coulomb
B1	51.8	5.90	6059
B2	65.0	5.16	4399
B3	81.1	4.00	3227
B4	79.7	3.99	2751
M1	43.0	6.19	5432
M2	42.7	6.13	6252
M3	57.8	5.11	4390
M4	55.6	5.27	3971
N1	47.4	5.36	6134
N2	61.4	4.38	4476
N3	76.9	3.93	3178

 Table 4. Results of freeze thaw resistance and air void structure research

	PN-88/B-06250		Boras				
Seria	Δm 150 g	ΔR 150 %	dm <sub>56</sub> g/m²	A %	A <sub>300</sub> %	L mm	
B1	8.4	21.9	3663*	_	-	-	
B2	12.6	30.5	6432 **	-	-	-	
B3	9.6	19.6	4647**	-	-	-	
B4	9.4	15.7	1556	-	-	-	
M1	2.8	0.8	69	5.23	1.98	0.162	
M2	2.5	2.8	32	5.79	2.51	0.147	
M3	-1.5	0	37	4.9	1.48	0.176	
M4	0.8	5.6	90	3.22	0.96	0.221	
N1	0.3	4.7	32	6.62	3.38	0.11	
N2	0	-0.7	97	5.84	3.32	0.122	
N3	0.5	-0.3	35	5.98	1.93	0.225	

\*the tests ended after 14 cycles. \*\*the tests ended after 28 cycles

The class C50/60 concrete has the absorption not greater than 4% (Fig. 1) but this has no relation to the concrete recommended for bridges B30, B37. Absorption capacity depends on porosity and the cement paste volume, that is, the W/C ratio and cement content. Air entrainment may only reduce the absorption value to some extent.



Fig. 1. Correlation between absorption and compressive strength of the tested concrete



Fig. 2. The influence of air entrainment on F150 freeze thaw resistance and the scaling degree

The non-air entrained concrete had low resistance to scaling and to internal cracking measured by the loss in strength in the range of  $15.7 \div 30.5\%$  (Figs. 2, 3). The air-entrained concrete displayed very good frost durability and resistance to both internal cracking ( $\Delta R$ ) and scaling (dm<sub>56</sub>). The loss in mass after 56 freeze-thaw cycles of the air-entrained concrete being immersed in a 3% NaCl solution was from 32 to  $97g/m^2$ . The concrete was properly air entrained, with a high content of A<sub>300</sub> pores and the low spacing factor  $\overline{L}$ .



**Fig. 3.** Decrease in concrete mass (freeze-thaw in 3% NaCl solution) – average values;

a) air-entrained concrete, b) non-air entrained concrete

#### 4. Conclusions

The test results indicate that the air entrainment is the factor that determines frost durability of concrete in the XF4 exposure class. Neither the W/C ratio nor the absorption defines the concrete freeze-thaw resistance. Non-air entrained concrete with the frost durability degree of F150 has a low absorption of  $\leq 4\%$ . When the absorption value exceeds 4%, the concrete does not meet the criterion of  $\Delta R$  F150. There is a low likelihood that the non-air entrained concrete can be resistant to scaling. Disputes over the absorption levels in XF4 concrete should be replaced by the practice of air entraining in the first place. It is also necessary to specify the testing procedure for absorption with the size of the specimens taken into account. PN-EN 13369:2005 [8] for precast concrete recommends the period of minimum 3 days in which specimens should be immersed, which in the case of the tight concrete and/or large specimens is not enough.

structure

The test results also show that adding polymer microspheres is a good alternative for the traditional air entrainment method. Polymer microspheres ensure good parameters of porosity structure and very good resistance to freeze-thaw cycles eliminating at the same time the problems with the stability of the pore structure.

*The research has been financed from the project No. POIG 01.01.02-10-106/09* 

#### References

- [1] Glinicki M.A.: *Widmo nasiąkliwości*. Budownictwo Technologie Architektura nr 3 (2007) p. 50-53.
- [2] Biliszczuk J.. Rajski O.: Zastosowanie betonów wysokich klas w mostownictwie. Dni betonu 2002.
- [3] Wawrzeńczyk J.: Diagnostyka mrozoodporności betonu cementowego. Politechnika Świętokrzyska. Kielce 2002.
- [4] Glinicki M.A.: Europejskie wymagania na beton napowietrzony w klasie środowiska XF. Drogownictwo 3 (2005) p. 86-88.
- [5] Wymagania techniczne dla betonowych nawierzchni drogowych Etap III. IBDiM. Warszawa 2010.
- [6] PKN CEN/TS 12390-9:2007 Testing hardened concrete – Part 9: Freeze-thaw resistance – Scaling.
- [7] PN-EN 480–11:1998 Oznaczanie charakterystyki porów powietrznych w stwardniałym betonie.
- [8] PN-EN 13369:2005 Wspólne wymagania dla prefabrykatów z betonu.



Jerzy Wawrzeńczyk Agnieszka Molendowska Adam Kłak

### Związek charakterystyk porowatości z mrozoodpornością betonu mostowego

#### 1. Wprowadzenie

Realizowana w ostatnich latach budowa wielu nowych obiektów mostowych jak i modernizacja istniejących spowodowała potrzebę analizy wprowadzonych ograniczeń materiałowych w zakresie nasiąkliwości, przepuszczalności i mrozoodporności.

Zgodnie z normą PN-EN 206-1:2003 w klasach ekspozycji XF4 zaleca się stosowanie cementu CEM I mostowego, kruszywa grubego ze skał wylewnych oraz wyników badań: nasiąkliwości nie większej niż 4%, stopnia wodoprzepuszczalności nie mniejszego niż W8, mrozoodporności F150. Ponadto wymaganiami granicznymi dla tej klasy ekspozycji są:

- maksymalne W/C = 0,45,
- minimalna klasa wytrzymałości C 30/37,
- minimalna zawartość cementu 340 kg/m³,
- minimalna zawartość powietrza 4%.

Należy zwrócić uwagę na fakt, iż warunek nasiąkliwości  $n_w \le 4\%$  jest niemożliwy do spełnienia dla betonów klas C30/37. Powszechnie wiadomo, że nasiąkliwość zaczynu cementowego jest zależna od ilości spoiwa, stosunku w/c oraz czasu i warunków dojrzewania betonu a więc stopnia hydratacji cementu. Brak wyników zgodnych z narzuconymi przez normy może prowadzić do zakwestionowania poprawności wykonania i odbioru robót oraz roszczeń finansowych. W wielu artykułach na ten problem uwagę zwracali m.in. Glinicki [1] oraz Biliszczuk [2]. Zaproponowano, aby kryterium maksymalnej nasiąkliwości zmienić z 4% na 5%. Zbliżone propozycje sugerował również Wawrzeńczyk w pracy [3].

Badanie nasiąkliwości nie jest skomplikowane, jednak sprawia problemy biorąc pod uwagę poprawność uzyskanych wyników. Nasiąkliwość wagowa n<sub>w</sub> definiowana jest jako stosunek masy wody m<sub>w</sub> wnikającej do nasączonego materiału do jego masy suchej m<sub>s</sub>, co jest równoważne stosunkowi nasiąkliwości objętościowej n<sub>o</sub> do gęstości pozornej g<sub>s</sub>. Opis sposobu oznaczania nasiąkliwości zawiera norma PN-88/B-06250. Dopuszcza ona stosowanie próbek różnej wielkości i kształtów: próbki regularnych kształtów o objętości min. 1 dm<sup>3</sup> lub nieregularne o objętości min. 2 dm<sup>3</sup>. W praktyce stosuje się najczęściej próbki-kostki formowane o boku 10 cm lub 15 cm. Próbki te nasącza się w wodzie do "stałej masy", a następnie suszy w temperaturze 105°C do "stałej masy". Uzyskanie stałej masy występuje w momencie, gdy kolejne ważenia wykazują różnicę poniżej 0,2% masy próbek. W normie PN-EN 13369:2004 dotyczącej badań prefabrykatów betonowych przyjmuje się, że zarówno okres nasączania próbek wodą, jak i suszenia wynosi min. 3 dni. Przyjmuje się, że próbka osiągnęła stałą masę jeżeli dwa kolejne wyniki ważenia wykonanego po 24 h nie różnią się więcej niż o 0,1%. Dyskusyjną kwestią jest więc czy taki opis można uznać za jednoznaczny i czy badania nasiąkliwości przeprowadzane w ten sposób są zawsze wiarygodne oraz gwarantują powtarzalność wyników w różnych laboratoriach.

Ze względu na powszechne dziś stosowanie środków rozmrażających, zwraca się również uwagę na konieczność zaostrzenia wymagań mrozoodporności poprzez wprowadzenie badania próbek betonowych w roztworze soli [2].

Aby zapewnić mrozoodporność obiektów mostowych, które narażone są na oddziaływanie wody i środków odladzających praktycznie niezbędne jest napowietrzenie betonu, co w wytycznych mostowych nie jest formułowane jako bezwzględny wymóg. Norma PN-EN 206-1:2003 podaje jedynie minimalną zawartość powietrza, nie precyzując innych parametrów struktury porowatości. Uzyskanie zalecanej objętości powietrza nie jest niestety warunkiem wystarczającym dla uzyskania mrozoodporności. Krajowe uzupełnienia do normy EN 206-1 w innych krajach europejskich (normy austriackie, duńskie) podają, oprócz wymagań dotyczących minimalnej zawartości powietrza, również wymagania dotyczące minimalnej zawartości porów A<sub>300</sub> oraz wartości maksy-



malnego wskaźnika rozmieszczenia porów powietrznych  $\overline{L}$  [4]. Pewne propozycje dotyczące zawartości powietrza w mieszance betonowej oraz parametrów struktury porów powietrznych zostały zawarte w przygotowywanych "Wymaganiach technicznych dla betonowych nawierzchni drogowych" [5]. Podano w nich informacje dotyczące średniej oraz minimalnej zawartości powietrza w mieszance betonowej, oddzielnie dla betonów tylko z domieszką napowietrzającą oraz oddzielnie dla betonów z domieszką napowietrzającą i upłynniającą/uplastyczniającą. Określono, że zawartość porów o średnicy poniżej 300 µm (A<sub>300</sub>) powinna być większa niż 1,5% oraz wskaźnik rozmieszczenia porów w betonie  $\overline{L}$  powinien być nie większy niż 0,20 mm.

W referacie przedstawiono wyniki badań betonów z kruszywem granitowym, gdzie analizowano zależności występujące pomiędzy wytrzymałością, nasiąkliwością, przepuszczalnością, strukturą porowatości oraz mrozoodpornością betonów napowietrzonych oraz nienapowietrzonych o różnym stosunku W/C.

#### 2. Metodyka badań

Celem badań było określenie wpływu stosunku W/C oraz napowietrzenia na właściwości fizyczne, strukturę porowatości oraz mrozoodporność betonu mostowego. Badania przeprowadzono na betonach o W/C =  $0,36\div0,55$  wykonanych z kruszywem granitowym. Jako środek napowietrzający zastosowano tradycyjną domieszkę napowietrzającą oraz dodatek mikrosfer polimerowych.

Program badań obejmował wykonanie 11 betonów o różnych poziomach W/C, przy czym 4 betony były nienapowietrzane, 3 betony napowietrzono tradycyjnie (AEA) i 4 betony zostały napowietrzone poprzez zastosowanie mikrosfer polimerowych.

Do wykonania betonów zastosowano następujące składniki:

- cement CEM I 42,5N HSR NA-WARTA,
- piasek naturalny 0  $\div$  2 mm,
- kruszywo grube granit frakcji 4 ÷ 8; 8 ÷ 16 mm,
- plastyfikator (PL),
- domieszka napowietrzająca (ŚN),
- mikrosfery polimerowe (MS).

Zakres badań obejmował określenie: wytrzymałości na ściskanie f'<sub>cm</sub>, nasiąkliwości masowej n<sub>w</sub>, przepuszczalności chlorków Q, charakterystyk porowatości (A,  $A_{300}$ ,  $\overline{L}$ ), stopnia mrozoodporności F150 ( $\Delta$ m,  $\Delta$ R) wg PN-88/B-06250 oraz odporności na powierzchniowe łuszczenie próbek zamrażanych w 3% roztworze NaCl ( $dm_{56}$ ) metodą Boras. Do badań wytrzymałości, nasiąkliwości oraz mrozoodporności wg PN-88/B-06250 stosowano kostki 10x10x10 cm. Badania odporności na powierzchniowe łuszczenie próbek zamrażanych w 3% roztworze NaCl prowadzono na próbkach formowanych o wymiarach 15x15x5 cm przygotowanych do badania zgodnie z normą [6]. Przygotowanie zgładów oraz oznaczenie charakterystyk porowatości metodą zliczania cięciw wykonano według PN-EN 480-11 [7]. Automatyczną analizę obrazu przeprowadzono z wykorzystaniem zestawu, w skład którego wchodził mikroskop Nikon SMZ 800, kamera CCD oraz stolik pomiarowy Prior.

#### 3. Wyniki badań

Wyniki badań stwardniałych betonów zostały przedstawione w tabeli 2. Klasa wytrzymałości badanych betonów mieści się w zakresie od C 25/30 do C 50/60. Spośród badanych betonów tylko trzy charakteryzują się nasiąkliwością n<sub>w</sub> nie większą niż 4%. Nasiąkliwość wagowa betonów zawiera się w granicach 3,93÷6,19%. Wyniki badań pokazują dość dobrą korelację pomiędzy stosunkiem W/C a wytrzymałością na ściskanie, nasiąkliwością oraz przepuszczalnością.

Nasiąkliwość nie większą niż 4% wykazują betony klasy C50/60 (rys. 1), zalecana klasa dla betonów mostowych to C30/37. O nasiąkliwości decyduje porowatość i objętość zaczynu cementowego a więc stosunek W/C i zawartość cementu. Napowietrzanie betonu może powodować tylko pewną redukcję nasiąkliwości. Betony nienapowietrzone charakteryzują się niską odpornością na wewnętrzne pękanie, mierzoną spadkiem wytrzymałości w granicach 15,7÷30,5% oraz bardzo niską odpornością na powierzchniowe łuszczenie (rys. 2, 3). Wszystkie betony napowietrzone wykazują bardzo dobrą mrozoodporność zarówno na wewnętrzne pękanie ( $\Delta R$ ), jak i powierzchniowe łuszczenie (dm<sub>56</sub>). Ubytek masy tych betonów po 56 cyklach zamrażania-rozmrażania w 3% roztworze NaCl wynosi od 32 do 97 g/m<sup>2</sup>. Należy podkreślić bardzo dobre napowietrzenie betonów charakteryzujące się wysoką zawartością porów A300 oraz niskimi wartościami wskaźnika rozmieszczenia L.

#### 4. Wnioski

Biorąc pod uwagę przedstawione wyniki badań czynnikiem decydującym o mrozoodporności betonu w klasie XF4 jest napowietrzenie betonu. Stosunek W/C, podobnie jak nasiąkliwość nie jest parametrem, który definiuje mrozoodporność betonu. Z przedstawionych badań wynika, że betony nienapowietrzone

o stopniu mrozoodporności F150 charakteryzują się niską nasiąkliwością  $\leq$  4%. Betony nienapowietrzone o nasiąkliwości powyżej 4% nie spełniają kryterium  $\Delta$ R F150. W przypadku betonów nienapowietrzonych istnieje małe prawdopodobieństwo, że beton będzie odporny na powierzchniowe łuszczenie. Zamiast dyskutować na temat kryterium nasiąkliwości betonu w klasie XF4 konieczne jest przede wszystkim napowietrzanie betonu. Ponadto niezbędne jest ścisłe sprecyzowanie metodyki badania nasiąkliwości biorąc pod uwagę wymiary próbek, czas nasączania i czas suszenia próbek. Norma PN-EN 13369:2005 [8] dotycząca prefabrykatów zaleca minimum 3-dniowe nasączanie próbek, co w przypadku szczelnego betonu i/lub dużych próbek jest zbyt krótkim okresem.

Przedstawione wyniki badań pokazują, że zastosowanie mikrosfer polimerowych stanowi bardzo dobra alternatywę dla tradycyjnego napowietrzenia betonu. Poprzez dodatek mikrosfer polimerowych można uzyskać bardzo korzystne parametry struktury porowatości oraz bardzo dobrą odporność na cykle zamrażania-rozmrażania przy jednoczesnym wyeliminowaniu problemów ze stabilnością struktury porów powietrznych.

Badania zostały sfinansowane z projektu POIG 01.01.02-10-106/09



#### KATARZYNA SUCKERT<sup>1</sup> URSZULA PAWLAK<sup>2</sup>

Kielce University of Technology

<sup>1</sup> e-mail: ksuckert@tu.kielce.pl <sup>2</sup> e-mail: zmbul@tu.kielce.pl

### VALIDATION OF THE ADEQUACY OF FEM REPRESENTATION OF RECTANGULAR MEMBRANE ELEMENT WITH AN ADDITIONAL ROTATIONAL DEGREE OF FREEDOM

#### Abstract

The paper provides an analysis of a membrane element with an additional rotational degree of freedom. Similar elements, the stiffness matrices obtained in an exact procedure, were investigated in other studies. The paper, however, analyses the membrane element stiffness matrix obtained in an approximate procedure with the use of reduced integration. Such an approach is an attempt at eliminating shear locking that occurs when a membrane element with additional rotational degrees of freedom is applied.

Keywords: finite element, membrane, rotational degree of freedom, stiffness matrix.

#### 1. Introduction

With the widespread use of the finite element method in engineering calculations, fast advances in computer methods, and design of increasingly complex structures, it is necessary to develop new finite elements and to minimise computation errors. The aim can be achieved in two ways, i.e. by using a finer mesh and by introducing additional degrees of freedom in the element.

In some structures, none of the standard elements sufficiently reflects the character of the structure performance. Attempts are therefore made to create increasingly perfect elements, i.e. non-standard ones.



Fig. 1. Membrane element with an additional rotational degree of freedom in node 1

Such elements are employed when elements of different type, e.g. membrane and bar ones are jointed together. Then, additional degrees of freedom occur in a common node (nodes). The paper analyses a membrane element with an additional rotational degree of freedom, shown in Figure. 1. Also, the adequacy of the element representation is assessed.

#### 2. Problem formulation

The stiffness matrix of the membrane element with an additional rotational degree of freedom is subjected to analysis to assess the adequacy of the finite element. For the element presented above, the stiffness matrix derived in an exact procedure can be found in studies [2-4].

Present considerations involve a matrix derived in a reduced procedure. The concept of reduced integration is applied to final element analysis because such an approach sometimes produces better results when compared with the exact solution.

The stiffness matrix analysed in the paper was obtained using four-point Gauss quadrature. The matrix derived in a reduced procedure was only slightly different from the exact one. Exemplary expressions  $k_{11}$  obtained with both methods are juxtaposed in the Table 1.

**Table 1.** Elements of the matrices obtained in an exact and reduced procedures

Element of the matrix obtained in an exact procedure	Element of the matrix obtained in an approximate (reduced) procedure			
$k_{11} = \frac{0.48571}{a^2} + \frac{0.2 - 0.2\nu}{b^2}$	$k_{\rm H} = \frac{0.485625}{a^2} + \frac{0.2 - 0.2\nu}{b^2}$			

The matrix derived while using reduced integration was validated by verifying static equilibrium equations and employing the criteria stated by Gilewski [1], which should be satisfied by a correctly formulated finite element. The criteria include an ellipticity condition and a congruence condition (energy criterion). The first condition is obligatory, so elements that do not satisfy it should not be used at all, but an element does not need to be eliminated because of not fulfilling the congruence condition.

#### 3. Validation of the adequacy of the formulation of the stiffness matrix of a membrane element with an additional rotational degree of freedom

#### 3.1. Verifying static equilibrium equations

The verification is only basic in character and it is the simplest one, yet it allows a quick validation of the correctness of the stiffness matrix. It should be noted that not fulfilling this condition indicates an incorrect formulation of the matrix, meeting the condition, however, does not ensure correctness, so further verification is required. Thus, such verification provides only rough assessment.

In the stiffness matrix, each column describes nodal forces in displacement unit state. The equilibrium equations are verified by applying those forces to appropriate nodes. In accordance with this criterion, the correctness of the matrix is indicated by zeroing of the sum of the projections of the forces on x and y axes and also of the moment with respect to an arbitrary point. As regards the matrix under consideration, the criterion mentioned above was fulfilled for each column.

#### 3.2. Verifying the ellipticity condition

To verify the ellipticity condition, it is necessary to find eigenvalues and eigenvectors of the stiffness matrix. In accordance with [1], the ellipticity condition is equivalent to satisfying the following points:

1. Eigenvalues of the stiffness matrix must be nonnegative

- 2. The spectrum of eigenvalues of the stiffness matrix must contain exactly the same number of zero eigenvalues as the number of rigid motions of elements.
- 3. Eigenvectors describing rigid motion must correspond to zero eigenvalues.
- 4. Eigenvectors that describe deformed shapes of the element must correspond to non-zero eigenvalues.

To verify the dependences presented above, it is necessary to solve an eigenproblem, which is formulated as follows:

$$\left(\underline{K} - \lambda \underline{I}\right)q = 0 \tag{1}$$

Using the Mathematica software and assuming the element dimensions: a = 0.4m, b = 0.2m, t = 0.01m, and materials characteristics E = 192.6GPa and v = 0.3, eigenvalues and eigenvectors for the matrix derived in a reduced procedure were computed. For the matrix under consideration, all the eigenvalues are specified positive or are zero. In addition, three zero values are found, which corresponds to the number of rigid motions for 2D elements. Thus, points 1 and 2 given above are met, which is necessary to satisfy the ellipticity criterion. The verification of the two remaining points will be possible owing to the Figure 2, which shows eigenvectors for individual eigenvalues. The obtained eigenvalues are as follows:

 $\lambda = \{26.9158, 11.7113, 9.69056, 6.15919, 4.89254, 0.157527, 0, 0, 0\}$ 

It can be observed that the vectors corresponding to non-zero eigenvalues  $(\lambda_1 - \lambda_6)$  describe deformed shapes of the element, whereas the vectors corresponding to zero eigenvalues  $(\lambda_7 - \lambda_9)$  describe rigid motions. Thus, points 3 and 4 are met, which is necessary to satisfy the ellipticity criterion.

In addition, points 3 and 4 can be verified analytically by computing the strains corresponding to eigenvectors  $-\varepsilon_i$ .

$$\underline{\varepsilon}_i = \underline{B}\underline{f}_i \tag{2}$$

where B is the strain matrix, and  $f_i$  – an eigenvector corresponding to a given eigenvalue. Strain vectors corresponding to rigid motions are zero, whereas the vectors describing the deformed shapes are described by higher-order polynomials. For instance, vectors  $\varepsilon_1$ and  $\varepsilon_8$  have the form:



Fig. 2. Deformed shapes of the element corresponding to individual eigenvalues and eigenvectors

$$\varepsilon_{1}(\lambda_{1}) = \begin{bmatrix} -0.503614 - 0.100623\eta + 0.28696\eta^{2} - 0.095633\eta^{3} \\ -5.68815 + 0.117333\xi + 2.63317\xi^{2} \\ (-0.877725\xi^{3}, -1.08917\eta + 0.57392\eta^{2} - 2.83442\xi + \\ +3.78101\eta\xi - 0.57392\eta^{2}\xi + 1.31659\xi^{2} - 1.31659\eta\xi^{2}) \end{bmatrix}$$
(3)  
$$\varepsilon_{8}(\lambda_{8}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Like  $\varepsilon_1$  given above, any other vector corresponding to the element deformed shape, has a term, which is a constant, and which provides permanency of deformations.

The analytical calculations that were performed make it possible to draw conclusions identical to those for the Figure 2. The analysis of eigenvalues and eigenvectors of the stiffness and strain matrices provides an unambiguous proof that all four points corresponding to the ellipticity criterion were satisfied.

#### 3.3. Verifying the congruence condition

This verification, also termed the energy criterion, involves the comparison of the energy accumulated in an element being considered computed from the FEM representation with the exact solution:

$$U_{0} = \frac{1}{2} \frac{Et}{1 - \nu^{2}} \left\{ \varepsilon_{x}^{2} + \varepsilon_{y}^{2} + 2\nu \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \left(\frac{1 - \nu}{2}\right) \gamma_{xy}^{2} \right\}$$
(4)

Where: (4),  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  – denote linear strains,  $\gamma_{xy}$  – shape deformation.

To verify the correctness of a given element, the elastic strain energy was computed with respect to its gravity centre, in accordance with the energy criterion.

The computations performed with the Mathematica software for the matrix obtained by reduced integration produced an approximation of the energy density. After taking into account Cauchy's equations and making mathematical transformations, it takes on the following form:

$$\tilde{U}_{0} = \frac{1}{2} \frac{Et}{1 - v^{2}} \left\{ \varepsilon_{x}^{2} + \frac{1 - v}{2} \gamma_{xy}^{2} + \varepsilon_{y}^{2} + 2v \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + (0,03 - 0,0128v) \gamma_{xy}^{2} + \frac{1 + v}{8} [\gamma_{xy} (\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y})] \right\}$$
(5)

The expression above contains two additional terms, which are double underlined. It means that the values

of the energy density in the element with an additional rotational degree of freedom will be overestimated in relation to the 'exact' value. The phenomenon is known. It always occurs when degrees of freedom are added. In this case, a rigid node was added, which results in increased stiffness of the structure.

#### 4. Conclusions

Energy criterion is not satisfied. That does not, however, eliminate the element, because the congruence condition is not obligatory, and the overriding ellipticity condition is satisfied. Applying reduced integration aimed to improve the results by approximating the obtained energy value to the exact solution. In the case under consideration, however, such an approach does not affect the results, which are the same as for the exact solution.

#### References

- Gilewski G.: On Finite Element Assessment Criteria. From Timoshenko Beam to Medium Thickness Plate (in Polish). Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. 2005
- [2] Laskowska U.: Transition elements with rotational degrees of freedom (in Polish), Scientific Exercise Books Silesian University of Technology, Building z.93, Gliwice 2001, pp. 269–276.
- [3] Pawlak-Laskowska U.: *Doctoral thesis: Non-standard Finite Elements in Structure Modelling* (in Polish). Kielce 2004.
- [4] Rakowski G.: New Frame Membrane Transition Element (in Polish). XLVI Konferencja Naukowa Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZITB, Wrocław-Krynica 2000.
- [5] Rakowski G., Kacprzyk Z.: *Finite Element Method in Structure Mechanics* (in Polish). Oficyna Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2005.

Katarzyna Suckert Urszula Pawlak

### Weryfikacja poprawności sformułowania MES prostokątnego elementu tarczowego z dodatkowym rotacyjnym stopniem swobody

#### 1. Wprowadzenie

Powszechność stosowania metody elementów skończonych w obliczeniach inżynierskich, szybki rozwój metod komputerowych oraz projektowanie coraz bardziej złożonych konstrukcji stwarza konieczność opracowywania nowych elementów skończonych oraz minimalizacji błędów obliczeń. Najczęściej jest to realizowane na dwa sposoby: poprzez zagęszczenie siatki podziału lub przez wprowadzenie dodatkowych stopni swobody w elemencie.

W niektórych konstrukcjach żaden ze standardowych elementów nie odzwierciedla w sposób wystarczający charakteru pracy konstrukcji. W związku z tym stale prowadzone są prace nad stworzeniem coraz doskonalszych elementów, to znaczy elementów niestandardowych.

Elementy takie stosuje się kiedy mamy do czynienia z elementami różnego typu łączącymi się ze sobą, np. tarczowy z prętowym. Wtedy we wspólnym węźle (węzłach) pojawiają się dodatkowe stopnie swobody. Przedmiotem dalszych rozważań będzie element tarczowy z dodatkowym rotacyjnym stopniem swobody, przedstawiony na rysunku 1. W pracy dokonano oceny poprawności sformułowania wyżej wymienionego elementu.

#### 2. Istota zagadnienia

W celu oceny poprawności elementu skończonego analizie poddano macierz sztywności elementu tarczowego z dodatkowym rotacyjnym stopniem swobody. Dla przedstawionego powyżej elementu macierz sztywności wyprowadzona w sposób ścisły znajduje się w pracach [2-4].

Przedmiotem rozważań będzie macierz wyprowadzona w sposób zredukowany. Koncepcję całkowania zredukowanego, wykorzystuje się w analizie elementów skończonych, ponieważ takie podejście

niekiedy daje lepsze wyniki w stosunku do rozwiązania ścisłego.

Analizowaną w pracy macierz sztywności otrzymano stosując czteropunktową kwadraturę Gaussa. Macierz uzyskana w sposób zredukowany nieznacznie różniła się od macierzy ścisłej. Dla przykładu w tabeli 1 zestawiono wyrażenia  $k_{11}$  uzyskane obydwoma sposobami.

Macierz otrzymaną przy zastosowaniu całkowania zredukowanego sprawdzono wykonując weryfikację równań równowagi statyki oraz wykorzystując kryteria podane przez W. Gilewskiego [1], jakie poprawny element skończony powinien spełniać, tj.: warunek eliptyczności oraz warunek zgodności (kryterium energetyczne). Pierwszy warunek jest obligatoryjny i elementy nie spełniające go nie powinny być w ogóle stosowane, natomiast nie spełnienie warunku zgodności nie dyskwalifikuje elementu.

#### 3. Sprawdzenie poprawności sformułowania macierzy sztywności elementu tarczowego z dodatkowym rotacyjnym stopniem swobody

#### 3.1. Sprawdzenie równań równowagi statyki

Sprawdzenie to ma najbardziej podstawowy charakter i jest najłatwiejsze, jednak umożliwia szybką weryfikację poprawności macierzy sztywności. Należy zwrócić uwagę, że niespełnienie tego warunku świadczy o błędnym sformułowaniu macierzy, natomiast spełnienie nie gwarantuje prawidłowości i wymaga dalszej weryfikacji. Zatem to sprawdzenie ma jedynie charakter orientacyjny.

W macierzy sztywności każda kolumna opisuje siły węzłowe w jednostkowym stanie przemieszczenia. Przykładając te siły do odpowiednich węzłów sprawdza się równania równowagi. O poprawności macierzy w myśl tego kryterium świadczy zerowanie się sumy rzutów sił na oś x i y oraz momentu względem dowolnego punktu. Dla analizowanej macierzy powyższy warunek spełniony został dla każdej z kolumn.

#### 3.2. Sprawdzenie warunku eliptyczności

W celu sprawdzenia warunku eliptyczności należy znaleźć wartości i wektory własne macierzy sztywności. Według [1] warunek eliptyczności jest jednoznaczny ze spełnieniem następujących punktów:

- 1. Wartości własne macierzy sztywności muszą być nieujemne.
- Spektrum własności własnych macierzy sztywności musi zawierać dokładnie tyle samo zerowych wartości własnych ile jest ruchów sztywnych elementów (LRSE).

- Zerowym wartościom własnym muszą odpowiadać wektory własne, opisujące ruch sztywny.
- Niezerowym wartościom własnym muszą odpowiadać wektory własne, które opisują odkształcone postacie elementu.

Aby sprawdzić powyższe zależności należy rozwiązać zagadnienie własne (1).

Przy wykorzystaniu programu Mathematica i przyjęciu wymiarów elementu: a = 0.4 m, b = 0.2 m,t = 0.01 m, modułu sprężystości E = 192.6GPa oraz współczynnika Poissona v = 0.3 obliczono wartości i wektory własne dla macierzy uzyskanej w sposób zredukowany. Dla analizowanej macierzy wszystkie wartości własne są określone dodatnio lub są zerowe, ponadto wartości zerowych jest 3 co odpowiada liczbie ruchów sztywnych dla elementów 2D. Zatem spełniony jest punkt 1 i 2, konieczny do spełnienia kryterium eliptyczności. Weryfikację dwóch pozostałych punktów umożliwi rysunek 2, ilustrujący wektory własne dla poszczególnych wartości własnych. Otrzymane wartości własne są następujące:  $\lambda = \{26,9158, 11,7113, 9,69056, 6,15919, 4,89254, \}$  $0,157527, 0, 0, 0\}.$ 

Zauważono, że wektory odpowiadające niezerowym wartościom własnym ( $\lambda_1 - \lambda_6$ ) opisują odkształcone postacie elementu, natomiast wektory odpowiadające zerowym wartościom własnym ( $\lambda_7 - \lambda_9$ ) opisują ruchy sztywne. Zatem spełnione są punkty 3 i 4, konieczne do spełnienia kryterium eliptyczności.

Dodatkowo punkty 3 i 4 można sprawdzić analitycznie, obliczając odkształcenia odpowiadające wektorom własnym –  $\varepsilon_i$  (2).

Odpowiadające ruchom sztywnym wektory odkształceń są zerowe, natomiast wektory opisujące postacie odkształcone są opisane wielomianami wyższego rzędu. Dla przykładu wektory  $\varepsilon_1 \varepsilon_8$  mają postać (3).

Podobnie jak przytoczony wektor  $\varepsilon_1$ , każdy inny odpowiadający postaci odkształconej elementu posiada człon, będący stałą, który zapewnia stałość od-kształceń.

Przeprowadzone obliczenia analityczne pozwalają wyciągnąć identyczne wnioski, jak dla przedstawionego rozwiązania graficznego na rysunku 2. Analiza wartości i wektorów własnych macierzy sztywności oraz odkształceń jednoznacznie udowadnia, że spełnione są wszystkie 4 punkty odpowiadające kryterium eliptyczności.

#### 3.3. Sprawdzenie warunku zgodności

Sprawdzenie to, zwane również kryterium energetycznym polega na przyrównaniu energii nagroma-

dzonej w rozpatrywanym elemencie wyliczonej ze sformułowania MES do rozwiązania dokładnego wg wzoru (4).

W celu sprawdzenia poprawności rozpatrywanego elementu w myśl kryterium energetycznego obliczono energię sprężystą względem jego środka ciężkości.

W wyniku obliczeń wykonanych w programie Mathematica dla macierzy uzyskanej poprzez całkowanie zredukowane uzyskano przybliżoną postać gęstości energii, która po uwzględnieniu równań Cauchy'ego oraz dokonaniu przekształceń matematycznych przyjmuje postać (5).

Powyższe wyrażenie zawiera dwa dodatkowe człony, które podkreślono podwójną linią. Oznacza to, że wartość gęstości energii w elemencie z dodatkowym rotacyjnym stopniem swobody będzie zawyżona w stosunku do wartości "dokładnej". Zjawisko to jest znane, występuje zawsze przy dodawaniu stopni swobody [3]. W rozważanym przypadku ma to związek z tym, że dodano sztywny węzeł, co skutkuje zwiększeniem sztywności konstrukcji.

#### 4. Wnioski

Kryterium energetyczne nie jest spełnione. Nie dyskwalifikuje to jednak elementu, gdyż warunek zgodności nie jest obligatoryjny, a nadrzędny warunek – eliptyczności został spełniony. Zastosowanie całkowania zredukowanego miało na celu polepszenie otrzymanych wyników poprzez przybliżenie otrzymanej wartości energii do rozwiązania ścisłego. Jednak w rozważanym przypadku takie podejście nie ma wpływu na wyniki, są one identyczne jak dla rozwiązania ścisłego.

# environment environment



JERZY ZBIGNIEW PIOTROWSKI<sup>1</sup> MARIANNA OLENETS<sup>2</sup> MARIOLA STARZOMSKA<sup>3</sup> RADOSŁAW ZABOREK<sup>4</sup>

Kielce University of Technology

<sup>1</sup>e-mail: jzpiotr@tu.kielce.pl <sup>2</sup>e-mail: mari\_olensa@mail.ru <sup>3</sup>e-mail: m.starzomska@tu.kielce.pl <sup>4</sup>e-mail: zaborek@tu.kielce.pl

### METHOD OF CALCULATION OF AIR TEMPERATURE IN THE OPEN AIR LAYER

#### Abstract

The building envelopes with the open air layer are common in building energy-efficient houses. In such buildings, air gap is used for moisture elimination from a surface of external wall, which improves its thermal properties. To improve the thermal quality of building envelopes with open air layer and reduce the heat transfer rate during the cold period, it is necessary to conduct more in-depth study of heat exchange in the ventilated layer of air. The article presents a mathematical model of heat transfer through building envelopes with an open air layer for the cold season. In the proposed mathematical model convective and radiant heat fluxes were considered separately.

Keywords: open air layer, thermal performance, mathematical model, convective heat flux, radiant heat flux, heat transfer

#### 1. Introduction

The existing method of calculating heat transfer in open air gap is described in [2, 4, 5, 6]. It enables an approximate calculation of the numerical value of temperature at any cross-section, and gives possibility to determine the outflow of heat from the room. However, it does not allow to fully analyze the degree of influence on the heat transfer and thermophysical properties of building envelopes of such factors as the degree of blackness of enclosing surfaces of the air gap, air flow rate, etc. This is explained by the fact that in existing methods the convective and radiant heat transfer are considered together. These processes are divided in literature [3]. However, in this article the method of calculation of closed air gaps is shown.

### 2. Mathematical modeling of the heat transfer process through a building envelope with the open air layer

For the analysis of heat transfer processes occurring in the building envelopes with an open-air gap let us look first at the process of heat transfer in a layer of air. In this case the heat flux, which comes from the surface s1 of the air layer (Fig. 1), should be divided into the convective and radiant components. The scheme of heat fluxes of the heat transfer process is shown in Figure 1.

Between the inner and outer surface (that is between the surfaces  $s_1$  and  $s_2$ , Fig. 1), which limit the air layer, will be a process of radiant heat transfer through transparent environment, which is air in the interlayer. The radiant heat flux is absorbed by an outer surface of an air layer raising its temperature. The intensity of the radiant heat flux  $Q_r$  depends on the temperature of both surfaces ( $t_1$  and  $t_2$ ) and the emissivity of these surfaces ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ). If we select infinitesimal element of length dx in an air layer of meterwide, then radiant heat flux can be written as:

$$Q_r = \varepsilon_r c_0 \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_1(x) + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_2(x) + 273}{100} \right)^4 \right] \times \qquad (1) \\ \times dx \cdot 1$$

where:  $c_0$  – the Stefan–Boltzmann constant,  $c_0 = 5,67$  W/(m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>);  $\varepsilon_r$  – reduced emissivity of both air layer surfaces.

Near each surface of the air layer convective heat transfer takes place. Near the inner surface the

convective heat flow is directed to the air, which moves along it, the convective heat flux is directed in a similar way from the outer surface (Fig. 1).



**Fig. 1.** Scheme of heat fluxes through the open air layer where 1 – inner part of building envelope; 2 – outer part of building envelope

The numerical value of the convective flow is calculated using Newton's equation. For an elementary volume of air shown in Figure 1, this equation is as follows: – near surface (s1)

$$Q_{c1} = \alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1$$
 (2)

- near surface (s2)

$$Q_{c2} = \alpha_{c2}(t_2(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1$$
 (3)

where:  $\alpha_{c1}$ ,  $\alpha_{c2}$  – coefficient of heat transfer near surface (s1) and near surface (s2), respectively;  $t_{a1}$ ,  $t_{a2}$  – air temperature near the surface (s1) and surface (s2), respectively.

Heat flow comes from indoor air through building envelope to the inner surface of the air layer (that is surface s1). This flow is described by the equation

$$Q_1 = k_1(t_i - t_1(x))dx \cdot 1$$
 (4)

Heat flow from the outer surface of air layer (s2) to outdoor air can be calculated with the formula

$$Q_2 = k_2(t_2(x) - t_e)dx \cdot 1,$$
 (5)

In the equations (4) and (5)  $k_1$ ,  $k_2$ , – coefficient of heat transmission from indoor air to the surface (*s*1), and from the surface (*s*2) to outdoor air respectively

$$k_{1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{i}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_{i.l.}}{\lambda_{i.l.}}} \qquad k_{2} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_{e.l.}}{\lambda_{e.l.}} + \frac{1}{\alpha_{e}}}$$

where:  $\alpha_i$ ,  $\alpha_e$  – coefficient of heat transfer near inner and outer surface of the building envelope,

respectively; 
$$\sum_{i=1}^{m} \frac{O_{i,l.}}{\lambda_{i,l.}}$$
,  $\sum_{i=1}^{m} \frac{O_{e,l.}}{\lambda_{e,l.}}$  – sum of the thermal

conductivity resistances of the layers for the inner and outer part of the building envelope, respectively.

According to the scheme of heat flows (Fig. 1) a system of equations has been made. That system describes the process of heat transfer:

$$\begin{cases} k_{1}(t_{i} - t_{1}(x))dx \cdot 1 = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] dx \cdot 1 + \\ + \alpha_{c1}(t_{1}(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1; \\ k_{2}(t_{2}(x) - t_{e})dx \cdot 1 = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] dx \cdot 1 - \\ - \alpha_{c2}(t_{2}(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1 \end{cases}$$
(6)

The first equation in this system describes the thermal balance of the surface (*s*1), and the second one – the surface (*s*2). The system of equations contains four unknown variables. This is a function of temperature change on the surface (*s*1) and (*s*2) as a function of x coordinate, that is  $t_1 = f(x)$ ,  $t_2 = f(x)$  and a function of temperature change of air currents, moving near these surfaces  $t_{a1}=f(x)$ ,  $t_{a2}=f(x)$ .

To analyze the heat transfer process these two equations should be supplemented with two other equations, which describe the heat balance of air flows that move near the inner and outer surface of the air gap. According to this, the mathematical model of heat transfer process from the indoor air to outdoor air through building envelope can be written as

$$\begin{cases} k_{1}(t_{i} - t_{1}(x))dx \cdot 1 = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] dx \cdot 1 + \\ + \alpha_{c1}(t_{1}(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1; \\ k_{2}(t_{2}(x) - t_{e})dx \cdot 1 = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] dx \cdot 1 - \\ - \alpha_{c2}(t_{2}(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1; \\ \alpha_{c1}(t_{1}(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1}; \\ \alpha_{c2}(t_{2}(x) - t_{a2}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a2} \end{cases}$$

$$(7)$$

where:  $dt_{a1}$ ,  $dt_{a2}$  – changes in air temperature at the elementary interval dx near the surface (s1) and surface (s2), respectively; W – air flow rate, that moves along each surface; c – heat capacity of air.

Consider a more detail differential equation that describes the heat balance of air flow, which moves along the surface (s1). This equation is:

$$\alpha_{c1}(t_1(x) - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1} \quad (8)$$

To integrate this equation, a simplifying assumptions were applied. Assume that the coefficient of convective heat transfer and surface temperature do not depend on the coordinate *x*. Let us designate  $a_{cl}/cW = A = const$  and the expression  $t_1 - t_{al}(x)$  as  $\theta(x)$ . After differentiating the last expression:  $d\theta = d(t_1 - t_{al}(x))$ , from where  $d\theta = dt_{al}(x)$ . Substituting the value of *A*,  $\theta$  and  $d\theta$  in (8) we obtain

$$Adx = -\frac{1}{\theta}d\theta \tag{9}$$

After integrating equation (9) and substituting the intervals of integration (*x* changes from 0 to x, and  $\theta$  from  $\theta_0 = t_1 - t_e$  to  $\theta_x = t_1 - t_{a1}(x)$ ) it can be transformed into:

$$-A \cdot x = \ln \frac{\theta_x}{\theta_0} \tag{10}$$

When substituted the appropriate values instead of A and  $\theta$ , we obtain

$$-\frac{\alpha_{c1}}{cW}x = \ln\frac{t_1 - t_{a1}(x)}{t_1 - t_e}$$
(11)

After some mathematical transformations we have the resulting equation, which describes air temperature changing when it moves near the surface (s1) of the air layer. This equation is

$$t_{a1}(x) = t_1 - \frac{t_1 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c1}}{cW}x}}$$
(12)

The differential equation, which describes the heat balance of air that moves along the surface (s2) of the air layer, is integrated similarly. After integrating the differential equation  $\alpha_{c1}(t_1 - t_{a1}(x))dx \cdot 1 = cWdt_{a1}$ , we obtain

$$t_{a2}(x) = t_2 - \frac{t_2 - t_e}{e^{\frac{\alpha_{c2}}{cW}x}}$$
(13)

If we substitute (12) and (13) for the last two equations in system (7) then we will obtain a system of equations (14) which describes the heat transfer process through building envelope with an open air layer (a mathematical model of heat transfer).

ronm

$$\begin{cases} k_{1}(t_{i} - t_{1}(x)) = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] + \\ + \alpha_{c1}(t_{1}(x) - t_{al}(x)); \\ k_{2}(t_{2}(x) - t_{e}) = \varepsilon_{r}c_{0} \times \\ \times \left[ \left( \frac{t_{1}(x) + 273}{100} \right)^{4} - \left( \frac{t_{2}(x) + 273}{100} \right)^{4} \right] - \\ - \alpha_{c2}(t_{2}(\tilde{o}) - t_{a2}(x)); \\ t_{a1}(x) = t_{1} - \frac{t_{1} - t_{e}}{e^{\frac{\alpha_{c1}}{cW}x}}; \\ t_{a2}(x) = t_{2} - \frac{t_{2} - t_{e}}{e^{\frac{\alpha_{c2}}{cW}x}} \end{cases}$$

To solve the system of equations, it is necessary to know the coefficients of convective heat transfer. For this purpose, the flow regime of air motion or rather air velocity in the layer should be determined. To determine the airflow velocity let us add another equation to the mathematical model (14). For horizontal air layer this equation describes the fact that the impedance to movement of air is equal to the wind pressure.

$$\left(\sum \xi + \lambda_f \frac{h}{d_e}\right) \frac{\upsilon_{av}^2}{2} \rho_{av} = \\ = (n_1 - n_2) \frac{\upsilon_w^2 \rho_e}{2}$$
(15)

For the vertical air layer the impedance to movement of air is equal to the sum of wind pressure and gravitational pressure.

$$\left(\sum \xi + \lambda_f \frac{h}{d_e}\right) \frac{\upsilon_{av}^2}{2} \rho_{av} = \\ = \left(n_1 - n_2\right) \frac{\upsilon_w^2 \rho_e}{2} + \Delta P_g$$
(16)

In equations (15) and (16) the following notation are used:

 $\sum \xi$  – sum of the coefficients of local resistance (sum of the Darcy coefficients);  $\lambda_f$  – average Darcy friction factor; h – height of the air layer;  $d_e$  – equivalent

## environment

diameter of the air layer;  $v_{av}$  – average velocity of airflow;  $v_w$  – velocity of wind;  $\rho_{av}$  – average density of air in the air layer;  $\rho_e$  – density of outdoor air;  $n_1$ ,  $n_2$  – aerodynamical coefficient at inlet and outlet of the air layer respectively;  $\Delta P_g$  – gravitational pressure which occurs in the vertical air layer as the result of difference between outdoor air temperature and air temperature in the layer  $\Delta P_g = gh(\rho_e - \rho_w)$ .

The system of equations (14) together with equation (15) or (16) can be solved numerically by using MathCAD. For a preliminary evaluation of results, that have been obtained as the result of solving a mathematical model (14) and on the basis of the existing method [2] a comparative analysis has been made. Table 1 contains the results of parameters in the open air layer that have been calculated using the following initial data:

 $k_1 = 0.764 \text{ W/m}^{2.\circ}\text{C};$   $k_2 = 3.323 \text{ W/m}^{2.\circ}\text{C};$   $\varepsilon_r = 0.83;$   $\alpha_{c1} = 0.79 \text{ W/m}^{2.\circ}\text{C};$   $\alpha_{c2} = 0.777 \text{ W/m}^{2.\circ}\text{C};$  W = 0.0147 kg/s;  $t_i = 15.5^{\circ}\text{C};$   $t_e = -8.5^{\circ}\text{C};$  $c = 1005 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}.$ 

**Table 1.** The air temperature in an open air gap and temperature on the surface (s1) and (s2)

Coordinate x, м	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5
Temperature on the surface (s1), °C	-3.20	-3.12	-3.05	-2.98	-2.91	-2.84	-2.77
Temperature on the surface (s2), °C	-6.00	-5.95	-5.9	-5.86	-5.81	-5.76	-5.72
Air temperature near the surface (s1), °C	-8.36	-8.09	-7.82	-7.56	-7.3	-7.06	-6.82
Air temperature near the surface (s2), °C	-8.44	-8.31	-8.18	-8.06	-7.93	-7.81	-7.70
The average air temperature in the layer, °C	-8.4	-8.2	-8.0	-7.8	-7.6	-7.4	-7.3
The air temperature in the layer, that has been calculated on the basis of the existing method [2], $^{\circ}$ C	-8.2	-7.7	-7.3	-6.9	-6.5	-6.2	-5.9

As a first approximation we can say that the results of calculations that have been obtained by solving a mathematical model (14) and on the basis of the existing method [2] are comparable. At the same time the merit of suggested mathematical model is that this model makes it possible to estimate the influence of many factors on the heat transfer process.

#### 3. Conclusions

Suggested mathematical model allows to more completely than the existing methods, analyze the heat transfer process through building envelope with open air layer to estimate the correlation of convective and radiant heat flux in the air gap and make recommendations for improving the thermal properties of the building envelopes.

#### References

- [1] Machinsky V. (1949): *Thermal fundamentals of building engineering*. Moscow.
- [2] Fokin K. (1973): *Thermotechnics of a building envelopes parts*. Moscow.
- [3] Story A., Girman L. (2009): Mathematical model and algorithm for calculating heat transfer through the enclosure with the closed-air layer. Municipal engineering of cities, scientific-technical collection Ed. 86, pp.188–196, (in Russian).
- [4] Pogorzelski J.A. (1976): Thermal physics of structure. Warsaw.
- [5] Bogoslovsky V. (1982): Thermal physics (thermal fundamentals of heating, ventilation and air conditioning), Moscow.
- [6] Gagarin V. (2004): Calculation of the heat-reflection of facades with ventilated air gap journal ABOK. №2 pp. 20–26, (in Russian).
- [7] Mikheev M. (1977): Fundamentals of heat transmission, Moscow.



### Metoda obliczania temperatury powietrza w otwartej warstwie powietrznej

#### 1. Wstęp

Obecnie stosowana metoda obliczeń procesu przepływu ciepła w otwartej warstwie powietrznej została przedstawiona w [2, 4–6]. Daje ona możliwość w przybliżeniu ocenić liczbowe wartości temperatury powietrza w dowolnym przekroju, a także obliczyć odpływ ciepła z pomieszczenia. Niemniej nie pozwala ona w dostatecznym stopniu przeanalizować wpływu na proces przepływu ciepła takich czynników, jak np. stopień zaczernienia powierzchni, które ograniczają warstwę powietrzną, szybkość ruchu powietrza i innych, a także z dostateczną dokładnością ocenić właściwości obudowy budynku z otwartą warstwą powietrzną. Tłumaczy się to tym, że w istniejącej metodzie obliczeń procesy konwekcyjnej i radiacyjnej wymiany ciepła rozpatruje się łącznie.

#### 2. Matematyczny model procesu przepływu ciepła przez obudowę budynku z otwartą warstwą powietrzną

W celu analizy procesów wymiany ciepła, jakie zachodzą w obudowie budynku z otwartą warstwą powietrzną, rozpatrzono przede wszystkim proces wymiany ciepła w warstwie powietrza – przy czym strumień cieplny jest rozdzielony na składową konwekcyjną i radiacyjną. Między wewnętrzną a zewnętrzną powierzchnią, które ograniczają warstwę powietrzną zachodzi proces radiacyjnej wymiany ciepła poprzez środowisko przezroczyste dla promieniowania, jakim jest powietrze w warstwie. Radiacyjny strumień cieplny będzie oddziaływał na zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej, podwyższając jej temperaturę. Intensywność radiacyjnego strumienia ciepła zależy od temperatury jednej i drugiej powierzchni, a także od stopnia czarności tych powierzchni.

Blisko każdej powierzchni warstwy powietrznej zachodzić będzie konwekcyjna wymiana ciepła. Blisko wewnętrznej powierzchni konwekcyjny strumień ciepła jest skierowany do powietrza, które porusza się wzdłuż niej. Analogicznie skierowany jest konwekcyjny strumień ciepła blisko powierzchni zewnętrznej. Liczbowe wartości konwekcyjnego strumienia ciepła wyznacza się za pomocą równania Newtona.

Przez obudowę budynku strumień ciepła będzie napływać z powietrza w pomieszczeniu do wewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej i z zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej do powietrza zewnętrznego.

Biorąc to pod uwagę można ułożyć system równań, w którym pierwsze i drugie równanie będzie charakteryzować balans cieplny wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej. Niemniej taki system będzie zawierać cztery niewiadome parametry: dwie funkcje zmiany temperatury na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni w zależności od współrzędnej x, tzn.  $t_1 = f(x), t_2 = f(x)$  i dwie funkcje zmiany temperatury strumieni powietrznych, które poruszają się przy tych powierzchniach  $t_{a1} = f(x), t_a = f(x)$ .

Dla analizy procesu przepływu ciepła konieczne jest uzupełnienie tych równań jeszcze dwoma równaniami różnicowymi, które charakteryzują balans cieplny powietrza, poruszającego się przy wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni warstwy powietrznej. Dla rozwiązania dwóch ostatnich równań różniczkowych, wprowadzono warunki, które uproszczają proces integracji: współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła i temperatura powierzchni warstwy nie zależą od współrzędnej *x*.

Po kilku matematycznych przekształceniach otrzymujemy system równań, który charakteryzuje proces przepływu ciepła w obudowie budynku z otwartą warstwą powietrzną (matematyczny model procesu przepływu ciepła).

Aby rozwiązać system równań należy znać współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła. W tym celu należy określić reżim ruchu powietrza w warstwie, a dokładniej prędkość ruchu powietrza.

Dla wyznaczenia prędkości ruchu strumienia powietrznego model matematyczny uzupełniono równaniem, jakie charakteryzuje równość pełnego oporu ruchu powietrza i sumy naporu wiatru i ciśnienia gra-

## environment

witacyjnego (dla pionowej warstwy) albo równaniem, które charakteryzuje równość pełnego oporu ruchu powietrza i naporu wiatru (dla poziomej warstwy).

System równań, jaki charakteryzuje proces przepływu ciepła, razem z jednym z równań dla wyliczenia prędkości ruchu powietrza w warstwie, można rozwiązać metodą liczbową za pomocą programu MathCAD. Poprzednia ocena rezultatów, wykonana na podstawie porównania danych, otrzymanych przy rozwiązaniu zaproponowanego modelu matematycznego i istniejącej metody [2], daje możliwość stwierdzenia w przybliżeniu ich wiarygodności. Przewagą zaproponowanego modelu matematycznego jest możliwość ocenienia wpływu większej ilości czynników na proces przepływu ciepła.

#### 3. Podsumowanie

Prezentowany model matematyczny pozwala dokładniej, w porównaniu z istniejącymi, przeanalizować proces przepływu ciepła przez obudowę budynku z otwartą warstwą powietrzną, ocenić relacje konwekcyjnego i radiacyjnego strumienia ciepła w warstwie powietrznej i zarekomendować polepszenie właściwości obudowy. Maria Nowak (Font size 10 pt Times New Roman) Kielce University of Technology e-mail: mmmm@tu.kielce.pl

#### HOW TO PREPARE THE MANUSCRIPT (Font size 14 pt Times New Roman)

#### Abstract

The abstract should not exceed 10 lines. It should provide information about the objectives of the work, methods used and test results obtained in the course of the experiments/analyses. (Font size 10 pt Times New Roman Italic)

Keywords: phrases, words (Font size 10 pt Times New Roman)

#### **1. Introduction**

The introduction should present the background of the work (font size 11 pt Times New Roman).

#### 2. Main text

#### 2.1. General information

The paper volume should not exceed 8 pages of A4 size with font size of 11 pt (Times New Roman). The number in square brackets [1] should be used for quotations. The paper should be sent by email to sae@tu.kielce.pl. The papers in the journal are reviewed.

#### 2.2. Figures

Figures (in black and white or colour) should be of good quality and numbered with the sequence of their appearance in the text. They should be centered and have a caption of 10 pt size. High resolution files \*.JPG, \*.WMF, \*.CDR, \*.TIFF, \*.EPS, \*.BMP files should be used and inserted into the text as well as sent as separate files. 10 pt spacing should be left between the figure and the text.

#### 2.3. Tables

Tables should be centered. Titles should be placed above the tables and written with font size of 10 pt (Times New Roman). The same applies to the text in the table (see example below).

Table 1. Title of the table.

No	table	table	table
1	table	table	table
2	table	table	table
3	table	table	table

#### 2.4. Equations

Equations and formulas should be centered and numbered in brackets. 11 pt spacing should be left between the equation and the text above and below it.

#### 3. Conclusions

#### **References** (arranged in the citing order):

- [1] Nowak M.: Modelowanie konstrukcyjne (Structural modelling). Postępy Technologiczne 10 (2000), pp. 30-34.
- [2] Zarylski R.: Pomiary dynamiczne (Dynamic measurements). WNT, Warszawa 1971.
- (Font size 10 pt Times New Roman)

Maria Nowak

#### Tytuł w języku polskim

#### 1. Wprowadzenie

#### 2. Tekst artykułu

Tekst w języku polskim ma odpowiadać swoim układem wersji angielskiej, może być skrócony. Nie powinien zawierać tabel, rysunków, wzorów, a jedynie odniesienie do tych, które znajdują się w wersji angielskiej. Objętość artykułu nie powinna przekraczać 8 stron czcionką 11 (Times New Roman). Bibliografię należy umieszczać w nawiasie kwadratowym [1] i numerować w kolejności alfabetycznej. Artykuły należy przesłać na adres sae@tu.kielce.pl. Artykuły są recenzowane.

#### 3. Wnioski

#### THE REVIEW PROCESS

The following requirements need to be met by the paper:

- the title should reflect the content of the paper
- the content should be within the thematic scope of the journal
- the paper should be properly and clearly divided into paragraphs
- original elements need to be part of the paper
- the research method should be properly selected
- adequate references need to be cited
- interpretation and conclusions should match the presented test results
- the paper should not contain parts indicating commercial use