STRUCTURE AND ENVIRONMENT

ARCHITECTURE, CIVIL ENGINEERING, ENVIRONMENTAL ENGINEERING AND ENERGY

No. 1/2017 vol. 9 PL ISSN 2081-1500 www.sae.tu.kielce.pl KIELCE UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



Contents

structure	
structure	_
KAMIL BACHARZ, BARBARA GOSZCZYŃSKA An Influence of Support width on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams WPŁYW Szerokości podparcia na nośność na ścinanie Belek Żelbetowych	5
PAWEŁ TWORZEWSKI, BARBARA GOSZCZYŃSKA Relation Between Reliability and Reinforcement Manufacturing Errors in Reinforced Concrete Beams Błędy w wykonawstwie zbrojenia Belek żelbetowych a niezawodność elementu	16
AGNIESZKA MOLENDOWSKA, JERZY WAWRZEŃCZYK Freeze-Thaw Resistance of Air-Entrained High Strength Concrete Mrozoodporność napowietrzonych betonów wysokiej wytrzymałości	25
PAWEŁ KOSSAKOWSKI, MICHAŁ BAKALARZ TIMBER NOISE BARRIERS DREWNIANE EKRANY AKUSTYCZNE	34
URSZULA PAWLAK ENERGY CRITERION IN ASSESSING THE CORRECTNESS OF THE STIFFNESS MATRIX FOR NON-STANDARD FINITE ELEMENTS ENERGETYCZNE KRYTERIUM OCENY POPRAWNOŚCI MACIERZY SZTYWNOŚCI NIESTANDARDOWYCH ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH	42

environment

THE REVIEW PROCESS	72
UNIFORM REQUIREMENTS FOR MANUSCRIPTS SUBMITTED TO "Structure and Environment"	71
DISPERSED PHASE BREAKUP AT EMULSION BOILING	63
ROMAN ΚΙΙΜΟΥ ΑΝΑΤΟΙ ΙΥ ΡΑΥ/Ι ΕΝΚΟ	
CALCULATION OF HEAT TRANSFER IN FLUID AROUND GAS-VAPOUR BUBBLES	59
ANATOLIY PAVLENKO, KOSHLAK HANNA	

Editor-in-Chief:

Prof. Zdzisława OWSIAK - Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology (Poland)

International Advisory Board:

Chairman: Prof. Wiesław TRAMPCZYŃSKI – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Vadim ABIZOW – Kyiev's National University of Culture and Art (Ukraine) Prof. Satoshi AKAGAWA – Hokkaido University, Sapporo (Japan) Prof. Tomasz ARCISZEWSKI – George Mason University (USA) Prof. Elżbieta BEZAK-MAZUR – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Mark BOMBERG – McMaster University (Canada) Prof. Jan BUJNAK – University of Źilina (Slovakia) Prof. Dorota CHWIEDUK – Warsaw University of Technology (Poland) Prof. Barbara GOSZCZYŃSKA – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Krystyna GURANOWSKA-GRUSZECKA – Warsaw University of Technology (Poland) Prof. Go IWAHANA – University of Alaska Fairbanks (USA) Prof. Lucjan KAMIONKA – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Andrej KAPJOR – University of Zilina (Slovakia) Prof. Zbigniew KOWAL – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Tomasz KOZŁOWSKI – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Andrzej KULICZKOWSKI – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Jozef MELCER – University of Źilina (Slovakia) Prof. Mikhail NEMCHINOV – Moscow State Automobile and Road Technical University MADI (Russia) Prof. Andrzej S. NOWAK – Auburn University (USA) Prof. Ana Cristina Dinis Vicente PARDAL – Polytechnic Institute of Beja (Portugal) Prof. Jorge Cruz PINTO – Universite de Lisbonne (Portugal) Prof. Jerzy Z. PIOTROWSKI – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Karel POSPÍŠIL – The Transport Research Centre CDV (Czech Republic) Prof. Claude VAN ROOTEN – Belgian Road Research Centre (Belgium) Prof. Zbigniew RUSIN – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Wacław SERUGA – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Jacek SZEWCZYK – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Jerzy WAWRZEŃCZYK – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Bogdan WOLSKI – Kielce University of Technology (Poland) Prof. Maria ŻYGADŁO – Kielce University of Technology (Poland)

Associate Editors:

Prof. Lidia DĄBEK – Faculty of Environmental, Geomatic and Energy Engineering, Kielce University of Technology (Poland) Prof. Marek IWAŃSKI – Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology (Poland)

Secretary of the Editor Board:

Łukasz ORMAN, Ph.D., D.Sc. – Faculty of Environmental, Geomatic and Energy Engineering, Kielce University of Technology (Poland)

www.sae.tu.kielce.pl sae@tu.kielce.pl The quarterly printed issues of Structure and Environment are their original versions

The Journal published by the Kielce University of Technology

PL ISSN 2081-1500

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, 2017

25-314 Kielce, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, tel. 41 34 24 581 www.wydawnictwo.tu.kielce.pl



Kielce University of Technology 2017



KAMIL BACHARZ¹ BARBARA GOSZCZYŃSKA² Kielce University of Technology ¹ e-mail: kbacharz@tu.kielce.pl ² e-mail: bgoszczynska@tu.kielce.pl

AN INFLUENCE OF SUPPORT WIDTH ON THE SHEAR CAPACITY OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WPŁYW SZEROKOŚCI PODPARCIA NA NOŚNOŚĆ NA ŚCINANIE BELEK ŻELBETOWYCH

Abstract

This paper presents an influence of width changes of the supports used during the study of reinforced concrete beams on the value of angle θ – the angle of compressed concrete struts. This value is referred to as angle βr – the angle of diagonal cracks. The comparison was made based on the test results of 6 beams, including four with a rectangular cross-section and two T-beams. A significant correlation was shown between the width of the support and the change of the θ angle. These changes also affected the theoretical shear load capacity calculated by the standards based on the truss model and the experimental shear load capacity of the beams, independently of the beams cross-sections.

Keywords: reinforced concrete beams, shear load capacity, support width

Streszczenie

W pracy przedstawiono opis wpływu zmiany szerokości podpór, zastosowanych w trakcie badania belek żelbetowych, na wartość kąta θ – kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych, odnoszony w praktyce do kąta β r – kąta nachylenia rys ukośnych. Porównanie wykonano na podstawie wyników uzyskanych z badania sześciu belek, w tym czterech o przekroju prostokątnym i dwóch o przekroju teowym. Wykazano istotną zależność pomiędzy zastosowaną szerokością podparcia a zmianą kąta θ wpływającą na zmianę nośności teoretycznej wyznaczanej na podstawie przepisów normowych opartych na modelu kratownicowym, a także na nośność doświadczalną na ścinanie belek, niezależnie od przekroju poprzecznego badanych elementów.

Slowa kluczowe: belki żelbetowe, nośność na ścinanie, szerokość podparcia

1. Introduction

Maximum principal tensile stresses occurring in the support area of reinforced concrete beams can be reduced with certain simplifying assumptions for determining shear stresses in the neutral axis. Therefore, the problem is called "shear". In the rod elements, the value of stresses in the support area, for simplicity, is calculated assuming a flat stress state, which does not significantly affect shear load capacity and the cracks of the support zone [1]. Analyzing the stress state and the trajectories on both major compressive and tensile stresses derived from the previous assumption E. Mörsch adopted the concept of modeling the support zone of reinforced concrete beams using a truss (Fig. 1). The individual

1. Wstęp

Określenie maksymalnych wielkości głównych naprężeń rozciągających występujących w strefie przypodporowej belek żelbetowych, przy pewnych założeniach upraszczających, może być sprowadzone do wyznaczania występujących tam naprężeń ścinających w osi obojętnej, zagadnienie to określane jest mianem "ścinania". W elementach prętowych wielkość naprężeń w strefie przypodporowej, dla uproszczenia, wyznaczana jest przy założeniu płaskiego stanu naprężeń, co nie wpływa istotnie na nośność i zarysowanie tej strefy [1]. Analizując powstały przy przyjęciu tego założenia stan naprężeń, a konkretnie przebieg trajektorii zarówno głównych naprężeń ściskających, jak i rozciągających, E. Mörsch przyjął koncepcję modelowania

parts of that truss map the corresponding areas of reinforced concrete beam.

strefy przypodporowej belek żelbetowych układem kratowym (rys. 1), którego poszczególne części odwzo-rowują odpowiadające im obszary belki żelbetowej.



Fig. 1. Support zone of reinforced concrete beam: a) distribution of cracks b) truss model Rys. 1. Model strefy przypodporowej przy wykorzystaniu elementu kratowego: a) rozkład rys, b) model kratowy

Assumptions of the Mörsch truss analogy are being analyzed and still modified in various research centers. This has an impact on the rules for calculation of support zone shear capacity specified in standards, on the basis of that analogy. An example of this are the changes in the recommendations contained in the Polish standard PN-B-03264: 2002 [1, 2], the current European standard PN-EN 1991-1-1:2008 (EC2) [4] and in PreNorm [3]. The PreNorm contains the grounds for the incorporation of the changes into the next revision of the EC2 [4]. The introduced modifications of truss analogy do not make it possible to take into account the support width during the calculations of the shear capacity of support zone. The width of the support affect anchorage of the main tensile reinforcement in the reinforced concrete beams support zone [5]. In practice, especially in bridge structures, supports of various widths are used: from the wide elastomeric supports or pot bearings, to a point support in the form of roller supports.

Therefore, the aim of this work is to present a comparative analysis of the impact of the support width on the experimental shear capacity of surveyed reinforced concrete beams destroyed "by shear" and the theoretical shear capacity determined by using the modified Mörsch truss analogy.

2. The shear calculation model according to the PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Trusses adopted by Mörsch are statically determinate elements with the possibility of different level truss compaction up to the m-level form. However, as is apparent from the analysis, even the m-level form of strut compaction does not affect the result of the tensile force, which is adopted to design of shear reinforcement in the support zone [6].

Założenia analogii kratownicowej Mörscha są analizowane w różnych ośrodkach naukowych i wielokrotnie modyfikowane, co miało i ma wpływ na przepisy normowe, oparte na analogii kratownicowej w zakresie określania nośności strefy przypodporowej. Przykładem tego są zmiany zaleceń zawarte kolejno w normie polskiej PN-B-03264:2002 [1, 2], w obecnie obowiązującej normie europejskiej PN-EN 1991-1-1:2008 (EC2) [4], a także PreNormie [3] stanowiącej podstawy do wdrożenia ich w kolejnej nowelizacji EC2 [4]. Wprowadzane modyfikacje analogii kratownicowej nie dają jednak możliwości uwzględnienia szerokości podparcia elementów, przy obliczaniu nośności na ścinanie strefy przypodporowej wpływającej na zakotwienie głównego zbrojenia rozciąganego w strefie przypodporowej belek żelbetowych [5]. W praktyce, zwłaszcza w konstrukcjach mostowych, stosowane są podpory dające różną szerokość podparcia, od szerokich podparć elastomerowych czy też łożysk soczewkowych, po podparcia o charakterze punktowym w postaci podpór przegubowych. W związku z tym celem pracy jest przedstawienie analizy porównawczej wpływu szerokości podpory na nośność badanych belek żelbetowych niszczonych "na ścinanie" z nośnością teoretyczną wyznaczoną przy zastosowaniu zmodyfikowanej analogii kratownicowej Mörscha.

2. Model obliczeniowy ścinania według normy PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Przyjęte przez Mörscha kratownice są elementami statycznie wyznaczalnymi z możliwością zastosowania różnego poziomu wykratowania, aż do postaci m-krotnej. Jednakże jak to wynika z analiz, nawet m-krotny poziom zagęszczenia krzyżulców nie wpływa na wypadkową siłę rozciągającą, którą przyjmuje się do projektowania zbrojenia na ścinanie w strefie przypodporowej [6].



Currently, the recommendations specified by standards used for checking the shear capacity of reinforced concrete beams are set forth in European standard EC2 [4], and the recommendations given in the previous Polish standard, PN-B-03264: 2002 [2], are based on the E. Mörsch calculation model of modified truss analogy [7], which is shown in Fig. 2.

Obecnie stosowane zalecenia normowe w zakresie sprawdzania nośności na ścinanie belek żelbetowych przedstawione w normie europejskiej EC2 [4], jak i zalecenia podane w poprzedniej normie polskiej PN-B-03264:2002 [2] są oparte na modelu obliczeniowym zmodyfikowanej analogii kratownicowej E. Mörscha [7], której schemat przedstawia rysunek 2.



Fig. 2. Diagram of the modified Mörsch truss according to EC2 [4] Rys. 2. Schemat zmodyfikowanej kratownicy Mörscha według EC2 [9]

The main differences between the conventional E. Mörsch truss and the one used in the standards include its static indetermination and the introduction of variable angle of the diagonal compressive struts θ . In the assumptions the value of angle θ was set at 45°, but with all of these changes, there is a possibility of selecting between 21.8° and 45° [4]. This introduces some flexibility in the design of shear reinforcement, because there are no instructions when and which value of θ angle should be taken. Including in the calculation the specific value of the θ angle directly affects the obtained of transverse reinforcement capacity, strength of compressive concrete struts, and the additional tensile force in the longitudinal reinforcement caused by shear force. This can lead to the adoption of an excessive amount of transverse reinforcement in the support zone and to underestimating the additional tensile force transmitted to the longitudinal reinforcement in the tensile zone [8]. Calculation should also take into account how elements are supported, because it has a direct impact on the value of the θ angle but it is not included in the recommendations of EC2 [4]. That makes the situation even more complicated.

The dependence of the support width on the angle θ will be presented in this study as a comparison between the experimental results and theoretical calculations showing that there is a relationship between the width of the support and the capacity of the support zone. A similar problem of the impact

Podstawowymi różnicami pomiędzy tradycyjną kratownicą E. Mörscha a stosowaną w zaleceniach normowych jest jej statyczna niewyznaczalność oraz wprowadzenie uzmiennionego kąta nachylenia krzyżulców ściskanych θ . W założeniach wyjściowych kąt θ był ustalony na poziomie 45°, natomiast zgodnie z wprowadzonymi zmianami istnieje możliwość jego doboru pomiędzy wartościami 21,8° a 45° [4]. Możliwość ta wprowadza pewną dowolność podczas projektowania zbrojenia strefy przypodporowej, ponieważ nie wskazano kiedy jaką wartość kąta θ należy przyjmować. Przyjęcie w obliczeniach konkretnej wartości kąta θ w sposób bezpośredni wpływa na otrzymywane wartości nośności zbrojenia poprzecznego na ścinanie, wytrzymałości ściskanych krzyżulców betonowych, oraz na wartość dodatkowej siły rozciągającej w zbrojeniu podłużnym wywołanej przez siłę poprzeczną. Może to prowadzić do przyjęcia zbyt dużej ilości zbrojenia poprzecznego w strefie przypodporowej oraz niedoszacowania wartości dodatkowej siły rozciągającej przekazywanej na zbrojenie podłużne w strefie rozciąganej [8]. Ponieważ w obliczeniach należałoby uwzględnić także sposób podparcia projektowanego elementu, który ma bezpośredni wpływ na wartość kąta θ , i chociaż nie jest on uwzględniany w zaleceniach EC2 [4], to sytuacja dodatkowo się komplikuje.

Wpływ szerokości podparcia na wartość kąta θ będzie przedstawiona w niniejszej pracy jako porównanie wyników badań doświadczalnych i obliczeń teoretycznych, które świadczą, że istnieje zależność pomiędzy of the support width on the bearing capacity of the wide beams was presented in [9], where the impact of this factor, together with other relevant factors on the carrying capacity of the support zone of test beams was analysed.

3. The conducted experimental studies

structure

The study was conducted on four single-span reinforced concrete beams with a rectangular cross section 0.12 x 0.30 m (S2M) and two T-beams (S2T, S2T1) with the dimensions of the web 0.12 x 0.30 m and shelves 0.10 x 0.40 m. The effective span length of those beams was 3.00 m, with a total length 3.30 m. All elements were made in the precast factory from class C40/50 concrete and rebar steel BS500. Main tensile longitudinal reinforcement of 4 beams designated as S2M were made up of 3 bars ϕ 12 and 2 bars ϕ 14 (ρ_{Asl} = 2%) arranged in two rows, and 2 ϕ 8 in the compression zone.

The applied transverse reinforcement was stirrups for bars ϕ 4.5 perpendicular to the beam axis. The spacing between the stirrups was 0.225 m in the mid-section of the beam and 0.20 m in the support zone. The adopted shear reinforcement provides a minimum degree of shear reinforcement according to the instructions given in EC2 [4]. The structure of the reinforcement bars along with the adopted symbols is shown in Fig. 3. szerokością podparcia i nośnością strefy przypodporowej. Podobny problem dotyczący wpływu szerokości podpory na nośność belek szerokich przedstawiono w pracy [9], gdzie analizowano wpływ tego czynnika, wraz z innymi istotnymi dla tego przypadku, na nośność strefy przypodporowej badanych elementów.

3. Przeprowadzone badania doświadczalne

Badania prowadzone były na 4 jednoprzęsłowych belkach żelbetowych o przekroju prostokątnym 0,12 x 0,30 m, rozpiętości efektywnej 3,00 m, przy długości całkowitej 3,30 m oraz na 2 belkach o przekroju teowym, wymiarach środnika 0,12 x 0,30 m i półki 0,10 x 0,40 m przy rozpiętościach takich samych jak belki prostokatne. Wszystkie elementy zostały wykonane w zakładzie prefabrykacji z betonu o planowanej klasie C40/50 oraz prętów zbrojeniowych ze stali BS500. Zbrojenie podłużne w strefie rozciąganej 4 belek oznaczonych symbolem S2M stanowiły pręty 3 ϕ 12 i 2 ϕ 14 (ρ_{Asl} = 2%) ułożone w dwóch rzędach, a w strefie ściskanej pręty 2 ϕ 8. Zastosowane zbrojenie poprzeczne to strzemiona prostopadłe do osi elementu z prętów o średnicy ϕ 4,5 i rozstawie wynoszącym 225 mm w środkowej części belki oraz 200 mm w strefie przypodporowej. Przyjęte zbrojenie poprzeczne zapewnia minimalny stopień zbrojenia na ścinanie zgodnie z zaleceniami podanymi w EC2 [4]. Konstrukcję zbrojenia belek wraz z przyjętymi symbolami przedstawiono na rysunku 3.



Fig. 3. The structure of reinforcement concrete beams: a) S2M, b) S2T, c) S2T1 Rys. 3. Konstrukcja zbrojenia belek żelbetowych typu: a) S2M, b) S2T, c) S2T1

The adopted degree of the longitudinal and the shear reinforcement was supposed to lead the tested beams to a assumed bending-shear type of destruction. A detailed description of this type of reinforced concrete beams failure due to the shear was presented in [10].

The test elements had static scheme of singlespan, statically determinate, freely supported beams. They were loaded by two forces (S2 and S3) situated 0.60 m from the axis of the supports (Fig. 4). Beams were loaded monotonically (M) until failure at a rate of 0.4 kN/min. During the study two types of the support were used: beams S2M-1, S2M-2 and S2T were supported by the pot-bearings 0.30 and 0.34 m wide, while beams designated S2M-3, S2M-4 and S2T1-1 were supported on the steel rolls, simulating a point support. Przyjęty stopień zbrojenia podłużnego i poprzecznego badanych belek miał doprowadzić do uzyskania zakładanego sposobu zniszczenia badanych belek, czyli zniszczenia poprzez zginanie ze ścinaniem. Dokładny opis tego typu zniszczenia belek żelbetowych ze względu na ścinanie został przedstawiony w pracy [10].

Elementy badane były w schemacie statycznym belki jednoprzęsłowej, swobodnie podpartej obciążonej dwiema siłami skupionymi umiejscowionymi w odległościach po 0,60 m od osi podpór (rys. 4). Belki obciążano monotonicznie (M) aż do zniszczenia z prędkością 0,4 kN/min. Podczas badań zastosowano dwa typy podparcia: belki o symbolach S2M-1, S2M-2 i S2T podparto na łożyskach mostowych o szerokościach 0,30 i 0,34 m, natomiast elementy oznaczone S2M-3, S2M-4 i S2T1-1 podparto na stalowych rolkach, symulujących podparcie punktowe.



Fig. 4. Static scheme of studied beams Rys. 4. Schemat statyczny badania belek

The loading was carried out by an automatically controlled hydraulic actuators. During the tests, among the other equipment an optical measuring system Aramis was used to record a field deformation of prepared measurement areas [11].

4. The calculation of the tested beams shear capacity according to PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Shear capacity was calculated based on the actual material characteristic obtained from the accompanying tests, such as the axial compression test carried out on $0.15 \times 0.15 \times 0.15$ m specimens made of the concrete batch used for the beams, and the axial tensile test for rebar specimens. During calculations the actual location of rebar in a cross section was included. It was determined on the basis of an inventory carried out after the tests by braking the undamaged parts of the beams and measuring the position of the longitudinal and shear reinforcement

Obciążenie realizowano przy pomocy sterowanych automatycznie siłowników hydraulicznych. W czasie badań wykorzystano między innymi optyczny system pomiarowy typu Aramis zastosowany w celu rejestracji odkształceń polowych przygotowanych obszarów pomiarowych [11].

4. Obliczenia nośności na ścinanie badanych elementów według PN-EN-1992-1-1 (EC2) [4]

Obliczenia nośności na ścinanie wykonane zostały przy wykorzystaniu rzeczywistych cech materiałowych uzyskanych na podstawie badań towarzyszących, tj. prób osiowego ściskania próbek betonowych 0,15 x 0,15 x 0,15 m pobranych z zarobów betonów zastosowanych do wykonania belek żelbetowych oraz prób osiowego rozciągania próbek prętów zbrojeniowych. Uwzględniono także rzeczywiste rozmieszczenie prętów zbrojeniowych ustalone na podstawie inwentaryzacji przeprowadzonej po zakończonych badaniach, poprzez rozkucie nieuszkodzonych fragbars. Also during the calculations material safety factors for both concrete and steel were ignored. Table 1 shows the set of data used in the calculations.

mentów belek i pomiar położenia prętów zbrojenia podłużnego, jak i poprzecznego. W obliczeniach pominięto materiałowe współczynniki bezpieczeństwa, zarówno dla betonu, jak i stali. W tabeli 1 przedstawiono zestaw danych przyjętych do obliczeń.

Table 1. Material and geometric data
Tabela 1. Dane materiałowe i geometryczne

structure

Paamo	Material			Geometric													
Deams	f _{ck,cube} [MPa]	f _{ck} [MPa]	f _{yk} [MPa]	f _{ywk} [MPa]	h [cm]	b [cm]	d ₁ [cm]	d ₂ [cm]	$d = h - d_1[cm]$	s _{I,śr} [cm]							
S2M-1	(2.0	40 F			30.1	11.9	3.72	2.70	26.4	20.0							
S2M-2	03.9	49.5	562.5	5625	30.1	12.0	3.92	3.10	26.2	20.0							
S2M-3	((1	F1 3	502.5	502.5	502.5	502.5	JOZ.J J	562.5	502.5	02.0 502.5	02.5 502.5	30.2	11.9	5.11	2.00	25.1	20.0
S2M-4	00.1	51.5			30.1	12.0	4.97	3.10	25.1	20.0							
S2T-1	49.4	37.9		702.2	30.3	12.0	4.36	2.90	25.9	20.0							
S2T1-1	48.5	37.2	202.2	/03.3	30.8	12.0	4.12	3.90	26.7	20.0							

where: $f_{ck,cube}$ – characteristic concrete compressive strength measured on cubic samples, f_{ck} – characteristic concrete compressive strength, f_{yk} – characteristic steel rebar yield point, f_{ywk} – characteristic steel stirrups yield point, h – section height, b – section width, d_1 – the centre of gravity of tensile reinforcement, d_2 – the centre of gravity of compressive reinforcement, d – useful section height, $s_{l,sr}$ – average stirrups spacing

According to the recommendations given in EC2 [4] as the beam shear capacity assumed the capacity of shear reinforcement, indicated as $V_{Rd,s}$, which should be calculated by equation:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywk} \cdot \cot \Theta}{s}$$
(1)

where: A_{sw} – sectional area of stirrups, z – arm of internal forces, f_{ywk} – characteristic steel yielding strength, s – stirrup spacing, ctg θ – cotangent of angle of diagonal compression concrete struts.

The value of cotangent θ i.e. (1), the angle of the diagonal compression concrete struts refers to β_r the angle of inclination of diagonal cracks. This value is obtained from cracks stocktaken on the tested reinforced concrete elements based on strain field maps obtained from the Aramis optical measuring system. During the cracks stocktaking the changes of the θ angle were observed, which stemmed from the support width. It has a profound effect on theoretical and experimental results of the shear capacity of individual beams. However, the standard [4] does

gdzie: $f_{ck,cube}$ – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie mierzona na próbkach sześciennych, f_{ck} – charakterystyczna wytrzymałość betonu na ściskanie, f_{yk} – charakterystyczna granica plastyczności stali, f_{ywk} – charakterystyczna granica plastyczności strzemion, h – wysokość przekroju, b – szerokość przekroju, d₁ – środek ciężkości zbrojenia rozciąganego, d₂ – środek ciężkości zbrojenia ściskanego, d – wysokość użyteczna przekroju, s_{1,śr} – średni rozstaw strzemion

Zgodnie z zaleceniami normowymi podanymi w EC2 [4] za nośność na ścinanie przyjęto nośność zbrojenia poprzecznego oznaczoną symbolem $V_{Rd,s}$, którą obliczamy na podstawie następującego wzoru:

$$V_{\text{Rd,s}} = \frac{A_{sw} \cdot z \cdot f_{ywk} \cdot \cot \Theta}{s}$$
(1)

gdzie: A_{sw} – pole zbrojenia poprzecznego, z – ramię sił wewnętrznych, f_{ywk} – charakterystyczna granica plastyczności stali zbrojenia poprzecznego, s – rozstaw strzemion, ctg θ – kotangens kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

Występującą we wzorze (1) wartość kotangensa kąta θ nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych odniesiono do kąta nachylenia rys ukośnych β_r . Wartość tę otrzymano z inwentaryzacji zarysowania badanych elementów żelbetowych wykonanej na mapach odkształceń polowych otrzymanych z optycznego systemu pomiarowego typu Aramis. Podczas inwentaryzacji zarysowania zauważono zmianę kąta θ w zależności od szerokości podparcia, która w widocznym stopniu wpłynęła na otrzymywane wyniki nośności teoretycznych i doświadczalnych poszczególnych



not indicate how to take into account the support width at the design stage, which directly affects the inclination angle θ . Examples of deformation maps for selected elements: beams S2M-1 and S2M-3 tested with two supports widths are shown in Figure 5a and 5b. belek. Jednakże w normie [4] nie jest podane w jaki sposób, na etapie projektowania, uwzględnić szerokość podparcia, która w bezpośredni sposób wpływa na kąt nachylenia θ . Przykładowe mapy odkształceń wybranych elementów, tj. belek o symbolach S2M-1 i S2M-3 badanych przy zastosowaniu dwóch szerokości podparć, przedstawiono na rysunkach 5a i 5b.



Fig. 5. Example beam cracks images from the optical measuring system Aramis: a) beam S2M-1 – wide support, b) beam S2M-3 – point support

Rys. 5. Obrazy zarysowania belki z optycznego systemu pomiarowego Aramis: a) belka S2M-1 – podparcie szerokie, b) belka S2M-3 – podparcie punktowe

Calculation results of the stirrups capacity with the θ angle obtained from the crack stocktaking are presented in Table 2.

W tabeli 2 przedstawiono wyniki obliczeń nośności belek na ścinanie wraz z wartością kąta θ otrzymaną na podstawie inwentaryzacji zarysowania.

Table 2. The values of the angle θ and stirrups capacity $V_{Rd,s}$ determined according to standard [4] Tabela 2. Wartości kąta θ i nośności $V_{Rd,s}$ wyznaczone według normy EC2 [4]

Domeniator	Beams						
Parameter	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1	
stirrups capacity V _{Rd,s} [kN]	35.9	36.8	39.3	39.7	33.0	46.0	
average stirrups capacity V _{Rd,śr} [kN]	36.3		39.5		33.0	46.0	
angle of diagonal compressed concrete struts $\theta\left[^{o}\right]$	31	30	27	27	38	29	
average angle of diagonal compressed concrete struts $\theta\left[^{o}\right]$	30.5		27		38	29	
width of support [cm]	30	30 30		< 1	30	<1	



5. Calculation of forces in struts by truss analogy

In order to determine actual levels of the forces in diagonal tensile struts load distribution was calculated based on the truss model (Fig. 6), with the experimental angles of diagonal compressive and tension struts taken into account.



5. Obliczenie siły w krzyżulcach według analogii kratownicowej

W celu określenia rzeczywistych poziomów wartości siły przypadającej na krzyżulce rozciągane określono rozkład obciążenia na pręty modelu kratownicowego wykorzystując schemat kratownicy (rys. 6), z uwzględnieniem doświadczalnych kątów nachylenia krzyżulców ściskanych i rozciąganych.

Fig. 6. Truss scheme Rys. 6. Rozpatrywany schemat kratownicy

In the analyzed cases, due to the adopted static scheme in support zones there are sections with constant transverse force V. This causes constant force in both tension and compressive struts. These forces, can be calculated based on the formulas (2) and (3), where

- $F_{s,\tau}$ means the force in tension struts dependent on their angle α , in this case 90°,
- $F_{c\tau}$ means the force in the compressive struts [4].

$$F_{s,\tau} = \frac{V}{\sin \alpha}$$
(2)

$$F_{c,\tau} = \frac{V}{\sin\theta}$$
(3)

where: V – shear force, $\sin \alpha$ – sine of stirrups inclination angle, $\sin \theta$ – sine of angle of diagonal compression concrete struts.

The experimental values of tensile forces in the struts are given in Table 3.

W rozpatrywanych przypadkach, z uwagi na przyjęty schemat statyczny, występują w obszarach strefy przypodporowej odcinki o stałej wartości siły poprzecznej V, co powoduje, że otrzymujemy stałą siłę zarówno w krzyżulcach rozciąganych, jak i ściskanych. Wartości tych sił możemy obliczyć z wzorów (2) i (3). Zgodnie, z którymi kolejno:

- F_{s,τ} siła w krzyżulcach rozciąganych zależna dodatkowo od kąta ich pochylenia α, w tym przypadku 90°, z uwagi na zastosowanie strzemion pionowych,
- F_{c,t} siła w krzyżulcach ściskanych [4].

$$F_{s,\tau} = \frac{V}{\sin \alpha}$$
(2)

$$F_{c,\tau} = \frac{V}{\sin\theta}$$
(3)

gdzie: V – siła tnąca, sin α – sinus kąta nachylenia strzemion, sin θ – sinus kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

Otrzymane doświadczalne wartości sił w krzyżulcach rozciąganych podano w tabeli 3.

Table 3.	The experimental	value of the j	forces transmi	itted by the tens	ion struts
Tabela 3	8. Doświadczalne v	vartości sił p	rzenoszonych	przez krzyżulce	e rozciągane

Davamatar		Beams						
Paralitieter	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1		
experimental force in tension struts F _{s,t} [kN]	151.3	152.1	133.7	129.4	166.0	155.5		
average experimental force in tension struts ${\sf F}_{{}_{{\sf s},{\sf t},{\sf s}{\sf r}}}[{\sf k}{\sf N}]$	151.7		134.9		166.0	155.5		



6. Summary of results

The results of the calculations are summarized in Table 4.

6. Zestawienie wyników

Wyniki z przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabeli 4.

Table 4. Summary of average values of destructive forces and stirrups capacity according to the θ angle Tabela 4. Zestawienie średnich wartości sił niszczących i nośności strzemion w zależności od kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych

Parameter	Beams						
	S2M-1	S2M-2	S2M-3	S2M-4	S2T-1	S2T1-1	
average stirrups capacity V _{Rd,s śr} [kN]	36.3		39.5		33.0	46.0	
average angle of concrete compression struts $\theta \left[^{o}\right]$	30.5		27.0		38.0	29.0	
average experimental force in tension struts $F_{st,sr}[kN]$	151.7		134.9		166.0	155.5	
width of support [cm]	34	1.0	<	:1	34.0	< 1	

Figure 7 summaries of the average stirrups capacity obtained from the calculations based on EC2 [4]. The following values of the θ angle were used in calculations: based on EC2 [4] 45° and 21.8° and the angle θ obtained from the tests (θ_{real}).

From Figure 7 fallows that θ angles, determined based on the map of cracks obtained from the Aramis optical measuring system, are within the range specified in EC2 [4]. Therefore, the stirrups capacities calculated based on those angle values are also in the range of capacities calculated based on the values from EC2 [4]. Na rysunku 7 przedstawiono zestawienie średnich wartości nośności otrzymanych z obliczeń wykonanych według zaleceń normy EC2 [4] z uwzględnieniem kąta θ równego 45° i 21,8° oraz kąta θ uzyskanego z doświadczeń (θ_{rzecz}).

Na podstawie rysunku 7 można zauważyć, że wartości kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych, określone na podstawie map zarysowań uzyskanych z optycznego systemu pomiarowego Aramis, mieszczą się w przedziale określonym w EC2 [4], oraz analogicznie, obliczone z uwzględnieniem kąta uzyskanego z badań, wartości nośności strzemion mieszczą się w przedziale nośności obliczonych dla ctg 45° i ctg 21,8°.



Fig. 7. Shear capacities according to considered angles of diagonal compressive concrete struts Rys. 7. Zestawienie nośności strzemion w zależności od przyjętego kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych

Figure 8 complies the calculations results. The average stirrups capacity described earlier, calculated based on experimental angle θ , was compared to the average experimental force in the tension struts and to the average values of experimental angle of diagonal compressive concrete struts.

Based on these results, it can be concluded that the angle of diagonal concrete struts decreases and the

Na rysunku 8 przedstawiono, w postaci wykresów słupkowych, zestawienie wyników przeprowadzonych obliczeń. Zilustrowano opisaną wcześniej średnią teoretyczną nośność strzemion otrzymaną na podstawie doświadczalnego kąta θ , a także przedstawiono średnie wartości sił w krzyżulcach rozciąganych oraz średnie wartości doświadczalne kąta nachylenia ściskanych krzyżulców betonowych.

actual shear capacity of the elements decreases with the reduction of the support width. This happens in contrast to the theoretical load which increases with the decreasing θ angle. This situation occurs also regardless of the cross-sectional shape and is linked only to the support width of the tested beams.

Na podstawie przedstawionych wyników można stwierdzić, że wraz ze zmniejszeniem szerokości podparcia maleje kąt nachylenia krzyżulców betonowych, a wraz z nim nośność rzeczywista elementów, przeciwnie do nośności teoretycznej, której wartości rosną wraz ze wzrostem kąta θ . Sytuacja ta zachodzi niezależnie od kształtu przekroju i związana jest jedynie z zastosowanym podparciem badanych elementów.



Fig. 8. Calculation results Rys. 8. Zestawienie uzyskanych wyników

7. Summary

On the basis of the comparative analysis of the theoretical and experimental results it can be stated that:

- 1. There is a relationship between the support width and the inclination angle θ of diagonal compressive struts, the angle increases with the support width.
- 2. Support width effect on the shear capacity of reinforced concrete beams is independent of the cross-sections of these elements.
- 3. The obtained real value of the angle θ is in the range in EC2 [4].
- 4. The dependence of the θ angle on the support width has a direct impact on the value of the calculated shear capacity of the support zone.
- 5. Capacity of the stirrups obtained taking into account the actual value of the angle θ does not reflect the actual shear capacity.
- 6. It was demonstrated that even after the adoption of the angle $\theta = 21.8^{\circ}$, the design value of shear capacity $V_{Rd, s}$ is much smaller than that obtained from the experimental studies.
- There is a need to take into account in the calculation model the impact of the support width on the angle θ variability so that theoretical shear capacity can reflect the actual shear resistance more faithfully.

7. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy porównawczej wyników teoretycznych, jak i doświadczalnych można stwierdzić, że:

- Istnieje zależność pomiędzy szerokością podpory, a kątem nachylenia krzyżulców ściskanych θ, który wraz ze wzrostem szerokości podpory rośnie.
- 2. Wpływ szerokości podparcia na nośności na ścinanie belek żelbetowych był niezależny od przekrojów poprzecznych tych elementów.
- 3. Otrzymane rzeczywiste wartości kąta θ mieszczą się w określonym przez EC2 przedziale [4].
- Zależność kąta θ, od szerokości podpory ma bezpośredni wpływ na otrzymywane wartości obliczeniowej nośności na ścinanie strefy przypodporowej.
- 5. Nośność strzemion otrzymywana z uwzględnieniem rzeczywistych wartości kąta θ nie odzwierciedla rzeczywistej nośności na ścinanie.
- 6. Wykazano, że nawet po przyjęciu kąta $\theta = 21,8^{\circ}$ obliczeniowa wartość nośności $V_{\text{Rd,s}}$ jest znacznie mniejsza niż otrzymana nośność z badań doświadczalnych.
- 7. Istnieje potrzeba uwzględnienia w modelu obliczeniowym wpływu szerokości podparcia na zmianę kąta θ, aby szacowana na jego podstawie nośność strzemion wierniej odzwierciedlała rzeczywistą nośność na ścinanie.



References

- [1] Komentarz naukowy do PN-B-03264:2002 konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Tom I, ITB, Warszawa 2003, T. Godycki-Ćwirko Rozdział 9 Ścinanie.
- [2] PN-B-03264:2002: Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowe, PKN, Warszawa 2002.
- [3] Adjukiewicz A., Pre-norma konstrukcji betonowych. Tom II, Polski Cement Sp. z o.o. 2014.
- [4] PN-EN 1992-1-1 2008 Projektowanie konstrukcji z betonu. Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [5] Bacharz K., Goszczyńska B., *Wpływ długości zakotwienia zbrojenia głównego na nośność strefy przypodporowej belek żelbetowych, Konstrukcje betonowe i metalowe*, Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego w Bydgoszczy, Bydgoszcz 2015.
- [6] Wesołowski M., Problem projektowania strefy przypodporowej belek żelbetowych w aspekcie normy europejskiej i polskiej, Gdańsk 1999.
- [7] Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006.
- [8] Knauff M., *Wpływ siły poprzecznej na zbrojenie podłużne belek żelbetowych uwagi o zasadach konstruowania*, Inżynieria i Budownictwo, Vol. 10/2004, pp. 549-552.
- [9] Serna-Ros P., Fernandez-Prada M.A., Miguel-Sosa P., Debb O.A.R., *Influence of stirrup distribution and support width on the shear strength of reinforced concrete wide beams*, Magazine of Concrete Research, Volume 54, Number 3, June 2002, pp. 181-191.
- [10] Godycki-Ćwirko T.: Ścinanie w żelbecie, Wydawnictwo Arkady, Warszawa 1968.
- [11] Goszczyńska B., Świt G., Trąmpczyński W., Krampikowska A., Tworzewska J., Tworzewski P.: *Experimental validation of concrete crack initiation and location with acoustic emission method*, Archives of Civil and Mechanical Engineering, vol. 12, No 1, pp. 23-28, 2012.



PAWEŁ TWORZEWSKI¹ BARBARA GOSZCZYŃSKA²

Kielce University of Technology ¹ e-mail: ptworzewski@tu.kielce.pl ² e-mail: bgoszczynska@tu.kielce.pl

RELATION BETWEEN RELIABILITY AND REINFORCEMENT MANUFACTURING ERRORS IN REINFORCED CONCRETE BEAMS BŁĘDY W WYKONAWSTWIE ZBROJENIA BELEK ŻELBETOWYCH

A NIEZAWODNOŚĆ ELEMENTU

Abstract

Ensuring the reliability of the structure or its elements is mainly dependent on the quality of materials and workmanship. A huge problem for reinforced concrete structures is both: employee awareness that the concrete works hide all their errors, and inadequate quality control mainly at the stage of reinforcement inspection. These attitudes result in frequent errors in rebar location, or even lack of rebars. This paper attempts to assess the impact of position deviations in the longitudinal reinforcing bars in cross-section of beams on the reliability of element. The calculation is based on the experimentally determined random variation of parameters characterizing elements which have been made in the precast factory.

Keywords: reliability, reliability index, concrete, reinforced concrete, quality control, workmanship quality

Streszczenie

Zapewnienie niezawodności konstrukcji bądź jej elementów jest uzależnione w dużej mierze od jakości stosowanych materiałów oraz prowadzonych robót. W wykonawstwie konstrukcji żelbetowych duży problem stanowią zarówno świadomość pracowników, że prace betoniarskie ukryją ich wszystkie blędy, jak i niedostateczna kontrola jakości, głównie na etapie odbioru zbrojenia. Rezultatem są często blędy w rozmieszczeniu prętów zbrojeniowych bądź ich niedobór. W pracy podjęto próbę oceny wpływu odchyłek w położeniu prętów zbrojenia podłużnego w przekroju belek żelbetowych na niezawodność elementu. Obliczenia oparto na doświadczalnie ustalonej zmienności losowej parametrów wykonanych w zakładzie prefabrykacji elementów.

Słowa kluczowe: niezawodność, wskaźnik niezawodności, belki żelbetowe, kontrola jakości, jakość wykonania

1. Introduction

The formation of risks, failures, and even building disasters is often associated with quality and durability of the materials used for construction [1, 2]. The influence of workmanship quality on the reliability of structures is very difficult to define. It depends among other things on subjective factors including the human factor (the designer experience, and above all, the reliability of the contractor) [1, 3, 4].

In engineering practice, the assessment of structure or its part safety is based on the analysis of the reliability index β . This index is an objective determinant of the construction safety and allows the measure of safety to pass from deterministic to probabilistic. Reliability index depends on the

1. Wstęp

Powstawanie zagrożeń, awarii, a nawet katastrof budowlanych jest często związane z jakością i trwałością zastosowanych materiałów konstrukcyjnych [1, 2]. Wpływ jakości wykonania na niezawodność konstrukcji należy do oddziaływań bardzo trudnych do zdefiniowania. Uzależniony jest on między innymi od czynników subiektywnych obejmujących czynnik ludzki, tzn. doświadczenie projektanta, a przede wszystkim rzetelność wykonawcy [1, 3, 4].

W praktyce inżynierskiej ocena bezpieczeństwa konstrukcji bądź jej elementu bazuje na analizie wskaźnika niezawodności β , który stanowi obiektywną miarę jej bezpieczeństwa i umożliwia przejście od probabilistycznej do deterministycznej miary bezpieczeństwa. probability of structure/element failure (for example, exceed in Ultimate Limit States) which according to FORM (First Order Reliability Methods) [5], is expressed by equation:

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{1}$$

where: P_f – the probability of failure, Φ – the cumulative distribution function of the standardised normal distribution.

Reliability index value can be estimated from formula (2), provided that the performance function g (3) (the relevant function of limit state) is normally distributed.

$$\beta = \frac{g}{\Delta g} \tag{2}$$

where: \overline{g} – the mean value of g, Δg – standard deviation of the function g,

$$g = R - E \tag{3}$$

where: R – the resistance (for example: capacity), E – the effect of actions.

The most common method of estimating the reliability index is the Monte Carlo method. In this method, individual parameters (components of the considered model) are random numbers generated by computer. This is possible by selection of the input data, typically in the form of: the mean value and standard deviation [3]. Other methods include: the interval method, linearization and analitycal method [6].

According to PN-EN 1990 [5], ensuring of the reliability is guaranteed by: design complying with the standards, proper workmanship, adequate materials quality. There are three classes of reliability: RC3, RC1 and RC2 (defined by minimum values of reliability index β – Table 1) [7, 8]. Reliability classes are correlated with:

- consequences classes: CC3, CC2, CC1 dependent on the threats to human life and the economic, social and environmental consequences of failure of the structure,
- design supervision levels: DSL3, DSL2, DSL1,
- inspection levels: IL3, IL2, IL1.

Compressive strength of concrete and its control is considered to be the dominant parameter affecting the load capacity of reinforced concrete structures. Hence, issues related to the quality of the concrete in relation to the reliability of the structure has been widely presented in many Wskaźnik ten zależny jest od prawdopodobieństwa zniszczenia konstrukcji/elementu tj. przekroczenia stanu granicznego, co zgodnie z metodą FORM - first order reliability methods [5], wyraża się wzorem:

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{1}$$

gdzie: P_f – prawdopodobieństwo zniszczenia konstrukcji, Φ – funkcja rozkładu prawdopodobieństwa standaryzowanego rozkładu normalnego.

Wartość wskaźnika niezawodności można oszacować ze wzoru (2), pod warunkiem, że rozważana funkcja stanu granicznego g (wzór (3)), ma rozkład normalny.

$$\beta = \frac{g}{\Delta g} \tag{2}$$

gdzie: \overline{g} – wartość średnia g, Δg – odchylenie standardowe g,

$$g = R - E \tag{3}$$

gdzie: R – odporność (np. nośność), E – efekt oddziaływań.

Najpopularniejszą metodą szacowania wskaźnika niezawodności jest metoda Monte Carlo. W metodzie tej wartości poszczególnych parametrów, będących składowymi rozpatrywanego modelu, są liczbami losowymi generowanymi komputerowo. Jest to możliwe dzięki wprowadzeniu danych wejściowych, zazwyczaj w postaci wartości średniej i odchylenia standardowego [3]. Do innych metod można zaliczyć metodę przedziałową, linearyzacji oraz analityczną [6].

Zgodnie z normą PN-EN 1990 [5], zapewnienie niezawodności gwarantowane jest poprzez: projektowanie zgodne z normami, poprawne wykonanie, zapewnienie odpowiedniej jakości materiałów. Wyróżniamy trzy klasy niezawodności: RC3, RC2 i RC1 (definiowane przez minimalne wartości wskaźników niezawodności β – tabela 1) [7, 8]. Klasy niezawodności skorelowane są z klasami:

- konsekwencji: CC3, CC2, CC1 zależnymi od zagrożenia życia ludzkiego i konsekwencji ekonomicznych, społecznych oraz środowiskowych zniszczenia konstrukcji,
- poziomu nadzoru przy projektowaniu: DSL3, DSL2, DSL1,
- inspekcji w trakcie wykonania: IL3, IL2, IL1.

Wytrzymałość betonu na ściskanie i jej kontrola uznawana jest za dominujący parametr wpływający na nośności konstrukcji żelbetowych. Problematyka związana z jakością betonu w odniesieniu do niezawodnopapers [9, 10]. This includes compliance criteria for a sample size n = 3 (PN-EN 206-1 [11]). It has been found that sample size criteria may in some cases result in failure to provide the quality and reliability of new structures [10].

structure

ści konstrukcji jest szeroko poruszana w wielu pracach [9, 10]. Dotyczy to między innymi kryterium zgodności dla próby o liczebności n = 3 (PN-EN 206-1 [11]). Stwierdzono, że może to w niektórych przypadkach wiązać się z niezapewnieniem odpowiedniej jakości i niezawodności realizowanych obiektów [10].

Table 1. Minimum values of the reliability index depending on the reliability class [5]Tabela 1. Minimalne wartości wskaźników niezawodności w zależności od klasy niezawodności [5]

Doliability Class	Minimum values for reliability index $meta$			
Reliability Class	12 years reference period	50 yearsreference period		
RC3	5.2	4.3		
RC2	4.7	3.8		
RC1	4.2	3.3		

Assessment of reinforcement quality and its impact on the reliability of the construction is much more difficult. It should be underlined that in the case of reinforced concrete structures the most common mistakes include: incorrect number of rebars, incorrect position of rebars and their deformations. Studies carried out by ITB show that these errors are the most common cause of defects in concrete structures [12]. There are many methods to control the reinforce works quality in concrete products and components [2], which are widely used in the diagnosis, but rarely used in the quality control. In this paper the influence of incorrect longitudinal reinforcement bars position in cross-section of element on beam reliability was estimated (based on the measurements carried out for the real elements).

2. Experiment and Collected Data

The results used in analysis were collected during research conducted in the Laboratory of Concrete Structures and Technical Objects Diagnosis in Kielce University Technology, in the framework of two research projects: research and development Project NO 04000710 [13] and research topic T.6.3 [14]. The data included the position inventory of the longitudinal reinforcement bars in cross-section of reinforced concrete beams and strength properties for materials which were used to prepare those elements. For the analysis single-span beams with the dimensions 120 x 300 mm in cross-section and a total length of 3300 mm were selected (planned concrete class C40/50, steel BS500). Longitudinal reinforcement was composed of the following rebars 3ϕ 12 and 2ϕ 14 at the bottom, arranged in two layers (reinforcement ratio 2.14%) and 2 ϕ 8 at the top. The elements were made in the precast factory.

Ocena jakości wykonania zbrojenia i jego wpływu na niezawodność konstrukcji jest znacznie trudniejsza do oszacowania. Należy podkreślić, że w przypadku konstrukcji żelbetowych do najczęstszych błędów pojawiących się na etapie wykonania można zaliczyć: niedobór zbrojenia, niezgodność rozmieszczenia oraz deformacje prętów. Badania Instytutu Techniki Budowlanej wykazały, że błędy te są najczęstszą przyczyną uszkodzeń konstrukcji żelbetowych [12]. Istnieje wiele metod kontroli zbrojenia w wyrobach i elementach żelbetowych [2]. Mają one szerokie zastosowanie w diagnostyce, ale rzadko są stosowane w kontroli wykonawstwa. W niniejszej pracy podjęto próbę oceny wpływu odchyłek w położeniu prętów zbrojenia podłużnego w przekroju belek żelbetowych na ich niezawodność, w oparciu o wykonane podczas badań pomiary.

2. Opis przeprowadzonych badań

Analizę wykonano na podstawie danych zgromadzonych podczas wykonywania badań 24 belek żelbetowych w ramach zrealizowanych w Katedrze Wytrzymałości Materiałów, Konstrukcji Betonowych i Mostowych Politechniki Świętokrzyskiej dwóch projektów badawczych: projektu badawczo-rozwojowego NR 04000710 [13] oraz tematu badawczego T.6.3 [14]. Dane te obejmowały inwentaryzację położenia prętów zbrojenia podłużnego w przekroju belek żelbetowych oraz wyniki pomiarów cech wytrzymałościowych zastosowanych do ich wykonania materiałów.

Do analizy wybrano elementy jednoprzęsłowe o wymiarach przekroju 120 x 300 mm i długości całkowitej 3300 mm (planowana klasa betonu C40/50, stal BS500). Zbrojenie podłużne belek złożono z prętów 3 ϕ 12 i 2 ϕ 14 dołem, ułożonych w dwóch warstwach (stopień zbrojenia głównego 2,14%) oraz 2 ϕ 8 górą. Elementy wykonano w zakładzie prefabrykacji.

During studies beams were loaded monotonically until failure with two concentrated forces as it is shown in Table 2 on two static schemes. Maximum values of bending moments which were obtained during studies are also shown in Table 2. Podczas badań poszczególne belki obciążane były w sposób monotoniczny do zniszczenia za pomocą dwóch sił skupionych przyłożonych zgodnie ze schematami statycznymi przedstawionymi w tabeli 2, w której podano także wartości uzyskanych momentów niszczących.



Table 2. The experimental load capacity values for considered reinforced concrete beamsTabela 2. Wartości nośności rzeczywistej rozpatrywanych belek żelbetowych



Fig. 1. Examples of results of the inventory – the real position of the longitudinal reinforcement bars Rys. 1. Przykładowe wyniki inwentaryzacji położenia prętów zbrojenia podłużnego

After the studies (failure of beams) the inventory of longitudinal reinforcing bars position in the cross-section for each beam was carried out. The results of the inventory are shown on the four beams (Fig. 1.) The analysis of distribution of measured concrete cover deviations (for 43 beams) and comparison of the results with the limit values Po wykonaniu badań obciążania do zniszczenia belek przeprowadzono inwentaryzację położenia prętów zbrojenia podłużnego w przekroju każdej z nich. Uzyskane rezultaty pomiarów przedstawiono na przykładzie czterech belek (rys. 1.) Analizę rozkładu odchyłek grubości otuliny betonowej zmierzonych w 43 belkach oraz zestawienie otrzymanych



according to PN-EN 13670 [15] were presented in [16, 17].

Based on the results of the inventory, the main reinforcement center of gravity in relation to the bottom edge was calculated for each element – value a. The obtained values and the results of the statistical analysis are shown in Table 3.

wyników z wartościami dopuszczalnymi, zgodnie z PN-EN 13670 [15], przedstawiono w pracach [16, 17].

W oparciu o wyniki inwentaryzacji położenia zbrojenia wyznaczono wartości *a*, czyli odległości środka ciężkości prętów rozciąganego zbrojenia do krawędzi dolnej belek. Otrzymane wartości wraz z wynikami analizy statystycznej rozkładu wartości *a* przedstawiono w tabeli 3.

Table 3. Analysis results for the distribution of a	
Tabela 3. Wyniki analizy rozkładu wartości a dla rozpatrywanych belek	ŀ



3. Analysis and Results

To assess the impact of deviations in the position of the main reinforcement bars in cross-section of beams on their reliability, the following data were used:

- data concerning the longitudinal reinforcement bars position in cross-section of elements determined based on inventory,
- data about the design position of the bars shown on the working drawings,
- data about the distribution of the yield strength of reinforcing steel determined on the basis of the accompanying studies (tensile test for rebars).

Theoretical bearing capacity of reinforced concrete beam was adopted in the form of the function expressed by equation:

$$M_{Rd} \le A_{S1} f_{v} z \tag{4}$$

where: A_{SI} – is the area of reinforcement in the tension zone, f_y – is the yield strength of reinforcing steel, z – is the arm of internal forces.

The values of basic variables used in the analysis are summarized in Table 4. The standard deviation for the area of the rebar was adopted to be 0 cm^2 . This simplification was considered sufficient, due to the small real deviation of this value.

3. Przeprowadzona analiza oraz uzyskane wyniki

Do przeprowadzenia oceny wpływu odchyłek w położeniu prętów zbrojenia głównego, w przekroju belek żelbetowych, na ich niezawodność wykorzystano:

- dane dotyczące położenia prętów zbrojenia podłużnego w przekroju elementów określone na podstawie wykonanej inwentaryzacji,
- dane dotyczące projektowanego położenia prętów podane na rysunkach wykonawczych,
- dane dotyczące rozkładu granicy plastyczności stali zbrojeniowej określone na podstawie badań towarzyszących (próba rozciągania prętów użytych do zbrojenia).

Nośność teoretyczną belki żelbetowej przyjęto w postaci funkcji wyrażonej wzorem:

$$M_{Rd} \le A_{S1} f_y z \tag{4}$$

gdzie: A_{s1} – pole powierzchni zbrojenia w strefie rozciąganej, f_y – granica plastyczności stali zbrojeniowej, z – ramię sił wewnętrznych.

Wartości zmiennych podstawowych wykorzystanych w analizie zestawiono w tabeli 4. Odchylenie standardowe dla pola powierzchni prętów zbrojeniowych przyjęto równe 0 cm². Uproszczenie to uznano za wystarczające, ze względu na niewielki rzeczywisty rozrzut tej wartości.



Symbol of the variable	Average value	Standard deviation	Coefficient of variation
f_{y} [MPa]	562.55	11.45	2.03%
A_{s1} [cm ²]	6.47	-	-
z ^{inwent} [cm]	21.83	1.36	6.22%
z ^{proj} [cm]	22.40	0.15	0.66%

Table 4. Basic variables specified for the considered beams Tabela 4. Wartości zmiennych podstawowych określone dla rozważanych belek

The following values were estimated on the basis of variables presented in Table 4:

- the average value M_{Rd}^{inwent} and standard deviation ΔM_{Rd}^{inwent} calculated based on the arm of the internal forces for the real rebars position $-z^{inwent}$,
- the average value M_{Rd}^{proj} and standard deviation ΔM_{Rd}^{proj} calculated based on the arm of the internal forces for the designed rebars position $-z^{proj}$.

The results are shown in Table 5.

W oparciu o przedstawione w tabeli 4 zmienne wyznaczono kolejno:

- średnią wartość M_{Rd}^{inwent} oraz odchylenie ΔM_{Rd}^{inwent} przy przyjęciu rozkładu zmiennej określającej ramię sił wewnętrznych dla rzeczywistego rozmieszczenia zbrojenia – z^{inwent} .
- średnią wartość M_{Rd}^{proj} oraz odchylenie ΔM_{Rd}^{proj} przy przyjęciu rozkładu zmiennej określającej ramię sił wewnętrznych dla projektowanego rozmieszczenia zbrojenia – z^{proj} .

Wyniki przedstawiono w tabeli 5.

Table 5. Theoretical capacity of reinforced concrete beams Tabela 5. Uzyskane wartości nośności teoretycznej zginanych belek żelbetowych

Calculations performed for the variable z determined on the basis of:	Average value <i>M_{Rd}</i> [kNm]	Standard deviation $\Delta M_{_{Rd}}$ [kNm]	
inventory	79.48	5.20	
design	81.55	1.74	

The standard deviation of capacity ΔM_{Rd} was determined as the mean square deviation for each variable according to equation:

$$\Delta M_{Rd} = \left| \begin{array}{l} \left(\frac{\partial}{\partial A_{s1}} M_{Rd} \left(A_{s1}, f_{y}, z \right) \right)^{2} \Delta A_{s1}^{2} + \dots \\ \dots + \left(\frac{\partial}{\partial f_{y}} M_{Rd} \left(A_{s1}, f_{y}, z \right) \right)^{2} \Delta f_{y}^{2} + \dots \end{array} \right.$$
(5)
$$\dots + \left(\frac{\partial}{\partial z} M_{Rd} \left(A_{s1}, f_{y}, z \right) \right)^{2} (\Delta z)^{2}$$

Extraction of individual components (equation (6)) from equation (5), allows specifying which basic variable has the greatest impact on the standard deviation ΔM_{Rd} . It should be highlighted that this is the parameter defining the arm of the internal forces that depends directly on the position of longitudinal reinforcing bars in the cross-section of a beam.

Odchylenie standardowe nośności ΔM_{Rd} wyznaczono jako średnią kwadratową odchyleń, dla każdej zmiennej, zgodnie z wzorem:

$$\Delta M_{Rd} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial A_{s1}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z\right)\right)^{2}\Delta A_{s1}^{2} + \dots} + \left(\frac{\partial}{\partial f_{y}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z\right)\right)^{2}\Delta f_{y}^{2} + \dots} + \left(\frac{\partial}{\partial z}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z\right)\right)^{2}\left(\Delta z\right)^{2}$$
(5)

Wyodrębnienie z wzoru (5) poszczególnych składowych - wzory (6), pozwala określić, jaka zmienna podstawowa ma największy wpływ na odchylenie ΔM_{Rd} . Stwierdzono, że jest to parametr określający ramię sił wewnętrznych, czyli zależny bezpośrednio od położenia prętów zbrojenia podłużnego w przekroju belki.



$$\left(\frac{\partial}{\partial A_{s1}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right) = 122804.54 \text{ kN/m}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial f_{y}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right) = 0.00014 \text{ m}^{3}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z^{inwent}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right) = 364.07 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial A_{s1}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right)^{2}\Delta A_{s1}^{2} = 0 \text{ kN}^{2}\text{m}^{2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial f_{y}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right)^{2}\Delta f_{y}^{2} = 2.62 \text{ kN}^{2}\text{m}^{2}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z^{inwent}}M_{Rd}\left(A_{s1},f_{y},z^{inwent}\right)\right)^{2}\left(\Delta z^{invent}\right)^{2} = 24.45 \text{ kN}^{2}\text{m}^{2}$$

Distribution for effect of actions was taken based on the distribution of external load – real capacity of the beams obtained during the studies. Subsequently distributions of load at 50%, 60%, 75% and 90% of the maximum values of bending moment were calculated. The distributions of effect of actions is shown in Table 6. Rozkład oddziaływania w postaci obciążenia zewnętrznego przyjęto, wykorzystując rzeczywiste nośności belek uzyskane podczas badań. Następnie wyznaczono rozkłady obciążeń na poziomie 50%, 60%, 75% oraz 90% wytężenia belek. Przyjęte rozkłady obciążenia przedstawiono w tabeli 6.

Table 6. Distribution of load used in analysis Tabela 6. Przyjęty do analizy rozkład obciążenia

Effort	Average value <i>M_{Ed}</i> [kNm]	Standard deviation ΔM_{Ed} [kNm]	Coefficient of variation [%]
50%	42.46	2.19	
60%	50.95	2.63	F 1F
75%	63.69	3.28	5.15
90%	76.43	3.94	

Table 7. Values of reliability index

Tabela 7. Otrzymane wartości wskaźników niezawodności

Ffferet	Reliability index $m eta$						
Emort	The real position of the longitudinal rebars (inventory)	Design position of longitudinal rebars					
50%	6.56	13.97					
60%	4.89	9.70					
75%	2.57	4.80					
90%	0.47	1.19					

Reliability index β was calculated based on equation (7). The obtained results are summarized in Table 7 and shown in Figure 2.

Wskaźniki niezawodności β określono na podstawie wzoru (7), a uzyskane wyniki zestawiono w tabeli 7 oraz przedstawiono na rysunku 2.





4. Conclusions

The results allow the conclusion that the incorrect longitudinal reinforcing bars position in the crosssection of beam has a significant influence on decrease of reliability. The biggest differences for the values of reliability were obtained for the low levels of beams effort (load distribution on the level 50% of the maximum values of bending moment), which corresponds to the typical level of load for elements in use. The difference between the value of reliability index calculated for the real position and design position of the longitudinal rebars was 7.41, which indicates that decrease of reliability index value reached 53%.

Based on the analysis it was found that:

- incorrect longitudinal rebars position in relation to the assumed position, affects the decrease reliability of considered elements. This is confirmed by the differences in the values of reliability index given in Table 7;
- the greatest impact on standard deviation ΔM_{Rd} was recorded in variable defining the arm of internal forces *z* (the highest value of the square of the standard deviation of this variable equation (6)).

4. Wnioski

Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że niezgodne z projektem położenie prętów zbrojenia podłużnego w przekroju belki ma dość istotny wpływ na spadek niezawodności rozpatrywanych belek żelbetowych. Największe rozbieżności wartości wskaźników niezawodności uzyskano dla niskich poziomów wytężenia (rozkład obciążenia na poziomie 50% wytężenia), które odpowiada poziomowi obciążenia eksploatacyjnego elementów. Różnica pomiędzy wskaźnikiem niezawodności, wyznaczonym na podstawie rzeczywistego rozmieszczenia zbrojenia a współczynnikiem niezawodności, wyznaczonym na podstawie projektowanego rozmieszczenia zbrojenia, wynosi 7,41. Pozwala to stwierdzić, że spadek niezawodności względem projektowanego układu zbrojenia wynosi 53%.

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że:

- niezgodne z projektem rozmieszczenie zbrojenia głównego w przekrojach badanych belek żelbetowych wpływa na spadek niezawodności rozpatrywanych elementów, o czym świadczą różnice w wartościach wskaźników niezawodności podane w tabeli 7;
- największy wpływ na odchylenie ΔM_{Rd} ma zmienna określająca ramię sił wewnętrznych (najwyższa wartość kwadratu odchylenia standardowego zmiennej – wzór (6)).

References

- [1] Murzewski J.: Niezawodność konstrukcji inżynierskich, Arkady, Warszawa 1989.
- [2] Runkiewicz L.: *Stosowanie metod nieniszczących w zakładowej kontroli produkcji wyrobów i elementów budowlanych.* 34 Krajowa Konferencja Badań Nieniszczących, Zakopane 2005, pp. 75-84.
- [3] Nowak A.: *Analiza ryzyka i oceny niezawodności konstrukcji w praktyce budowlanej*. XXIII Konferencja Naukowo-Techniczna, Międzyzdroje 23-26 maja 2007, Awarie budowlane 2007, pp. 123-130.

- [4] Woliński S.: Rozmyta ocena bezpieczeństwa żelbetowych elementów zginanych. XLI Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Nauki PZiTB, Kraków 1995, tom 5, Konstrukcje betonowe, pp. 213-220.
- [5] PN-EN 1990:2002 Basis of Structural Design.
- [6] Kinash R.: *Metody oceny niezawodności konstrukcji budowlanych przy niepełnych parametrach*. Gónictwo i Geoinżynieria 2 (2008), pp. 187-195.
- [7] Ajdukiewicz A.: Wyzwanie dla projektantów projektowanie konstrukcji betonowych na okres użytkowania. Inżynier Budownictwa 9 (2006), pp. 10-16.
- [8] Starosolski W.: *Niezawodność obiektu budowlanego (w świetle pakietu norm PN-ISO)*. Przegląd Budowlany 1 (2008), pp. 44-50.
- [9] Caspeele R., Sykora M., Taerwe L.: *Influence of quality control of concrete on structural reliability: assessment using a Bayesian approach*. Material and Structures 47 (2014), pp. 105-116.
- [10] Skrzypczak I., Buda-Ożóg L.: Influence of Compliance Criteria on the Value of Reliability Index. Archives of Civil Engineering 2 (2016), vol. LXII, pp. 191-203.
- [11] PN-EN 206-1:2000 Concrete Specification, performance, production and conformity.
- [12] Pawłowski W., Przewłocki S.: *Procedury pomiarowe dla potrzeb diagnostyki obiektów budowlanych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, nr 715, Budownictwo, z. 45, 1994, pp. 69-84.
- [13] Raport z Projektu Rozwojowego NR 04 0007 10.
- [14] Raport naukowy z realizacji Tematu Badawczego T.6.3.
- [15] PN-EN 13670:2009 Execution of concrete structures.
- [16] Goszczyńska B., Tworzewski P.: Wpływ błędów wykonania belek żelbetowych na ich odkształcenia i zarysowanie oraz grubość otuliny. Przegląd Budowlany 9 (2015), pp. 24-29.
- [17] Tworzewski P.: Errors during Manufacturing of Reinforced Concrete Beams at the Example of Concrete Cover Deviations. Transcom Proceedings 2015, section 7 Civil Engineering, pp. 310-314.



AGNIESZKA MOLENDOWSKA¹ JERZY WAWRZEŃCZYK² Kielce University of Technology ¹e-mail: agam@tu.kielce.pl ²e-mail: zmsjw@tu.kielce.pl

FREEZE-THAW RESISTANCE OF AIR-ENTRAINED HIGH STRENGTH CONCRETE

MROZOODPORNOŚĆ NAPOWIETRZONYCH BETONÓW WYSOKIEJ WYTRZYMAŁOŚCI

Abstract

The paper presents the programme of research aimed at finding a recipe for high strength self-compacting and freeze-thaw resistant concrete. The programme included batching five concrete mixtures with varied W/B ratios (0.28-0.36) and various contents of GGBS relative to the mass of cement (0-30% m.c.). The influence of W/B ratio and GGBS content on the strength, water absorption and freeze-thaw resistance of concrete was analysed. Since the combined action of various factors, i.e., a simultaneous use of superplasticizer, air entraining agent and slag, can impede the achievement of the air pore structure with desired parameters, an innovative method of concrete mixture air entrainment was applied. The method involves introducing into the mixture solid particles (microspheres) with specified sizes that remain unchanged and stable over time. It follows from the results that it is possible to design and produce high strength, self-compacting and freeze-thaw resistant concrete with the use of locally available materials.

Keywords: high strength concrete, self-compacting concrete, freeze-thaw resistance, air entrainment, microspheres

Streszczenie

W artykule przedstawiono program badań, którego celem było opracowanie receptury dla betonu wysokiej wytrzymałości charakteryzującego się samozagęszczalnością i mrozoodpornością. Program badań obejmował wykonanie pięciu betonów o zmiennym stosunku W/S (0.28-0.36) i z różną zawartością żużla w spoiwie w stosunku do masy cementu (0-30% m.c.). Analizowano wpływ stosunku W/S oraz zawartości żużla (GGBS) na wytrzymałość, nasiąkliwość i mrozoodporność betonów. Kombinacja różnych czynników, tj. jednoczesne stosowanie domieszki superplastyfikatora, napowietrzającej i żużla, często powoduje problemy z uzyskaniem pożądanych parametrów struktury porów powietrznych. Dlatego też zastosowano innowacyjną metodę napowietrzania mieszanki betonowej polegającą na wprowadzeniu stałych cząstek (mikrosfer) o określonych wymiarach, które nie zmieniają swoich wymiarów i są stabilne w czasie.

Z przeprowadzonych badań wynika, że stosując lokalnie dostępne materiały, możliwe jest zaprojektowanie i wykonanie betonu o wysokiej wytrzymałości, charakteryzującego się samozagęszczalnością i odpornego na działanie mrozu.

Słowa kluczowe: beton wysokiej wytrzymałości, beton samozagęszczalny, mrozoodporność, napowietrzanie, mikrosfery

1. Introduction

New generation concrete, such as high strength concrete, is being more and more widely used. Its high strength depends on low W/B ratio and increased binder content. Mineral additives, e.g., ground granulated blast furnace slag, have to be used to improve the tightness of concrete and its resistance to chemical agents and to account for hydration heat and shrinkage. It is commonly known that

1. Wprowadzenie

Betony nowej generacji, w tym betony o wysokiej wytrzymałości, są coraz szerzej stosowane. Uzyskanie wysokiej wytrzymałości uzależnione jest od niskiego stosunku W/S, z czym związana jest duża zawartość spoiwa. Dlatego też ze względu na ciepło hydratacji i skurcz stosuje się dodatki mineralne, w tym mielony żużel wielkopiecowy, co poprawia szczelność i odporność na agresję chemiczną. W betonie z dodatkiem

proper freeze-thaw durability and scaling damage resistance are difficult to obtain for concrete with a GGBS addition. As in the case of other additions, the concrete has to be air entrained. However, the literature and own studies of the authors of this paper indicate air entrainment-related problems that may be encountered in concretes containing slag. Giergiczny et al. [1] found slag concrete mixtures to have worse parameters of pore structures because at a given air content, pores with larger diameters are formed – the \overline{L} factor increased by about 0.10 mm. Lower effectiveness of air entrainment in such concretes was also observed by Deja [2]. There are concerns about scaling resistance of such concretes. The resistance to scaling damage relies on the characteristics of the near surface layer of concrete being affected by W/B ratio, air entrainment, microcracks, sedimentation and carbonation.

Some standards constraint GGBS amounts in the context of freeze-thaw durability. For example, ACI requirements [3] set the addition of the slag at 50%. The national supplement, PN-EN 206-1:2003 [4], relates the amount of the slag dosage in XF4 exposure class to the class of CEM III: 50% for the 32.5R cement class, more than 50% for the 42.5R class and more than 80% for structures in service in seawater.

According to PN-EN 206, the additions, including that of the ground granulated blast furnace slag, can be substituted for Portland cement and considered in the water-to-cement ratio if its suitability is confirmed with the ECPC k factor or with the EPCC.

Air entrainment is often problematic due to the high flowability of concrete and introduction of higher amounts of air is necessary. Even though air entraining agents are used, the proper air pore structure in concrete is difficult to obtain. High range water reducers are used to increase the air pore size and distance between them [5, 6]. Pigeon et al. [7, 8] demonstrated that superplasticizers could be an important cause of lack of repeatability of air pore distribution. A substantial destabilization of the air void system (a significant increase of the air pore spacing factor) may take place without a visible change in the air content [7-9]. The pore structure in concrete is also affected by air entraining effect of superplasticizers [10]. The results from Borås tests for surface scaling performed by Petersson [11] show that concrete mixtures containing only air entraining addition are more resistant to damage that those containing superplasticizer in addition to air

żużla ze względu na karbonatyzację trudno jest uzyskać właściwą mrozoodporność i odporność na powierzchniowe łuszczenie, w tym przypadku konieczne jest napowietrzenie betonu. Jednak z analizy literatury i badań własnych wynika, że w przypadku stosowania dodatku żużla występują problemy z poprawnym napowietrzeniem. Giergiczny i inni [1] stwierdzili, że w mieszankach betonowych zawierających żużel obserwuje się pogorszenie parametrów struktury porów, gdyż przy danej zawartości powietrza powstają pory o większych średnicach – stwierdzono wzrost wskaźnika \overline{L} o około 0,10 mm. Pogorszenie efektywności napowietrzenia takich betonów zaobserwował również Deja [2]. przypadku betonów wykonanych z dodatkiem W GGBS występują problemy z uzyskaniem odporności na powierzchniowe łuszczenie. Odporność ta związana jest z charakterystyką przypowierzchniowej warstwy betonu i wpływ na nią mają: stosunek W/S, napowietrzenie, mikrorysy, sedymentacja, karbonatyzacja.

Niektóre normy ograniczają ilość dodatku żużla w kontekście mrozoodporności. Zalecenia ACI [3] z uwagi na mrozoodporność ograniczają dodatek żużla do 50%. Krajowe uzupełnienia do normy PN-EN 206-1:2003 [4] uzależniają ilość dodawanego żużla w klasie ekspozycji XF4 od klasy cementu CEM III: dla klasy 32,5R do 50%, przy 42,5R powyżej 50%, powyżej 80% dla budowli eksploatowanych w wodzie morskiej.

Zgodnie z normą PN-EN 206 dodatki, w tym mielonego granulowanego żużla wielkopiecowego, można uwzględnić w składzie betonu, w ramach zawartości cementu oraz wartości współczynnika woda/cement, jeśli ustalono jego przydatność w oparciu o koncepcję współczynnika k lub koncepcję równoważnych właściwości użytkowych EPCC.

Wiele problemów z napowietrzeniem betonu wynika z jego dużej ciekłości. Konieczne jest zazwyczaj wprowadzenie większej ilości powietrza. Mimo zastosowania środków napowietrzających często nie uzyskuje się właściwej struktury porów powietrznych w betonach. Zastosowanie domieszki upłynniającej powoduje zwiększenie wymiarów pęcherzyków powietrznych w konsekwencji większe odległości pomiędzy nimi [5, 6]. Wyniki badań Pigeona i in. [7, 8] wykazują, że superplastyfikatory mogą być przyczyną braku powtarzalności w uzyskaniu tego samego rozmieszczenia porów powietrznych. Znaczna destabilizacja systemu pustek powietrznych (istotny wzrost wskaźnika rozmieszczenia porów powietrznych) może wystąpić bez widocznej zmiany w zawartości powietrza [7-9]. Na strukturę porów w betonie wpływ ma również napowietrzające działanie superplastyfikatora [10]. Badania odporności

entraining agent. The selection of a proper cementsuperplasticizer-air entraining agent system should be verified experimentally.

Various factors combined, i.e., the use of plasticizing admixtures, air entraining agents and slag in one mixture are often responsible for problems with obtaining desirable parameters of the air pore structure. The microsphere-based air entrainment appears to be a good solution to this problem. In this innovative method, solid particles (microspheres) of suitable size are introduced into the concrete mixture. Unlike the air resulting from the effect of chemical admixtures, microspheres do not change their sizes and remain stable over time.

This paper presents the programme of research aimed at developing the recipe for high strength self-compacting and freeze-thaw resistant concrete.

2. Materials and methods

The tests were focused on determining the effect of W/B ratio and GGBS content in the binder on the strength, water absorption and freeze-thaw resistance of self-compacting high strength concrete. Five concretes were produced at variable W/B ratio (0.28-0.36) and with various slag contents in the binder by mass of cement (0-30% m.c.). All specimens were air entrained with polymer microspheres D 40 μ m. The same microsphere content of 0.7% by mass of binder was used in all concretes. The compositions were based on the 5-point experiment design with two factors X1 – W/B ratio; X2 – slag dosage, % m.c. The coded values of the variables were as follows: X1 = (W/B – 0.32)/0.04; X2 = (GGBS – 15)/15.



betonów na powierzchniowe łuszczenie wykonane metodą Borås przez Peterssona [11] pokazują, że betony wykonane tylko z domieszką napowietrzającą są bardziej odporne na uszkodzenia niż w przypadku, gdy zawierają równocześnie plastyfikator. Dobór właściwego stosunku cement-superplastyfikator-domieszka napowietrzająca powinien być sprawdzony doświadczalnie.

Kombinacja różnych czynników, tj. jednoczesne stosowanie domieszek plastyfikujących, napowietrzających i żużla, często powoduje problemy z uzyskaniem pożądanych parametrów struktury porów powietrznych. Dobrym rozwiązaniem jest zastosowanie napowietrzenia za pomocą mikrosfer. Ta innowacyjna metoda pozwala wyeliminować problemy z poprawnym napowietrzeniem, ponieważ do mieszanki betonowej wprowadzane są stałe cząstki (mikrosfery) o odpowiednich wymiarach. Mikrosfery, w odróżnieniu od powietrza powstałego w wyniku działania domieszek chemicznych, nie zmieniają swoich wymiarów i są stabilne w czasie.

W artykule przedstawiono program badań, którego celem było opracowanie receptury dla betonu wysokiej wytrzymałości, charakteryzującego się samozagęszczalnością i mrozoodpornością.

2. Materiały i metody

Celem badań było określenie wpływu stosunku W/S oraz zawartości żużla (GGBS) w spoiwie na wytrzymałość, nasiąkliwość i mrozoodporność betonów samozagęszczalnych o wysokiej wytrzymałości. Program badań obejmował wykonanie pięciu betonów o zmiennym stosunku W/S (0,28-0,36) i z różną zawartością żużla w spoiwie w stosunku do masy cementu (0-30% m.c.). Wszystkie próbki napowietrzono za pomocą mikrosfer polimerowych D 40 µm. Dla wszystkich betonów zastosowano jednakową zawartość mikrosfer wynoszącą 0,7% masy spoiwa. Składy betonów przyjęto według planu pięciopunktowego, gdzie czynnikami badanymi były: X1 - stosunek wodno-spoiwowy W/S; X2 - dodatek żużla w % m.c. Wartości kodowe zmiennych: X1 = (W/S - 0.32)/0.04; X2 = (GGBS - 15)/15.

Fig. 1. Layout of experiment design Rys. 1. Plan eksperymentu

Figure 1 shows the 5-point experiment design and Table 1 compiles the coded and true values of the factors under analysis.

structure

Plan pięciopunktowy eksperymentu pokazano na rysunku 1, a wartości kodowe i rzeczywiste czynników badanych w tabeli 1.

Table 1. Coded and true values of the factors	
Tabela 1. Wartości kodowe i rzeczywiste czynników l	badanych

Point	X1	X2	W/B	GGBS % m.c.
B1	-1	-1	0.28	0
B2	-1	1	0.28	30
B3	1	-1	0.36	0
B4	1	1	0.36	30
B5	0	0	0.32	15

The relationship is defined by a regression function in the form of incomplete polynomial of second degree. Using the information from the experiment, we can determine relationships between factors X1, X2 and a given characteristic of the concrete, as represented on the contour diagrams.

The following ingredients were used to make concrete mixtures:

- cement CEM II/A-LL 42.5 N (C),

- ground granulated blast furnace slag (GGBS),
- silica fume (SF),
- natural sand 0÷2 mm (S),
- coarse aggregate diabase 4÷8, 8÷16 mm (D),
- polymer microspheres D 40 μm (MSP),

- superplasticizer (SPL).

The scope of fresh concrete testing included the slump flow test and the density test. The flow diameter ranged from 60 cm to 73 cm.

The tests on hardened concrete included determining the values of compressive strength (f'_{cm}), water absorption (n_w), freeze-thaw resistance (the resistance to internal cracking and scaling), and porosity characteristics (A, A_{300} , \overline{L}).

The specimens were cured in water for seven days, after which they were dried in air. For strength, absorption and freeze-thaw resistance tests, 10 cm cubes were used. The compressive strength of concrete was determined according to PN-EN 12390-3:2011 [12], and the water absorption of concrete was determined according to PN-88/B-06250 [13].

Evaluation of the air pore structure was an important element of the testing programme. The polished surfaces were prepared and the porosity characteristics were determined by chord-length counting according to the procedures set forth in PN-EN 480-11:1998 [14]. Photograph 1 shows a specimen prepared for testing, with a number of Zależność jest opisana funkcją regresji w postaci wielomianu niepełnego drugiego stopnia. Na podstawie eksperymentu możliwe jest wyznaczenie zależności pomiędzy badanymi czynnikami X1, X2 a daną cechą betonu w postaci wykresów warstwicowych.

Do wykonania betonów zastosowano następujące składniki:

- cement CEM II/A-LL 42.5 N (C),
- żużel wielkopiecowy (GGBS),
- pył krzemionkowy (SF),
- piasek naturalny 0÷2 mm (S),
- kruszywo grube diabaz 4÷8, 8÷16 mm (D),
- mikrosfery polimerowe D 40 µm (MSP),
- superplastyfikator (SPL).

Zakres badań dla mieszanki betonowej obejmował wyznaczenie konsystencji metodą rozpływu oraz gęstości objętościowej. Średnica rozpływu badanych mieszanek wynosiła od 60 cm do 73 cm.

Zakres badań stwardniałego betonu obejmował określenie: wytrzymałości na ściskanie (f_{cm}), nasiąkliwości (n_w), mrozoodporności – odporność na wewnętrzne pękanie oraz powierzchniowe łuszczenie, charakterystyk porowatości (A, A₃₀₀, \overline{L}).

Próbkiprzezsiedemdnidojrzewały wwodzie, poczym przez 21 dni znajdowały się w warunkach powietrzno-suchych. Do badań wytrzymałości, nasiąkliwości i mrozoodporności stosowano kostki 10 x 10 x 10 cm. Oznaczenie wytrzymałość betonu na ściskanie wykonano zgodnie z PN-EN 12390-3:2011 [12], a nasiąkliwości według normy PN-88/B-06250 [13].

Istotnym elementem programu badań była ocena struktury porów powietrznych betonu. Przygotowanie zgładów oraz oznaczenie charakterystyk porowatości metodą zliczania cięciw wykonano według PN--EN 480–11:1998 [14]. Na fotografii 1 przedstawiono wygląd próbki przygotowanej do badań. Widoczna

pores (microspheres) coloured in blue. The automatic image analysis was performed with the use of a setup (Phot. 2) consisting of a stereo microscope, a CCD camera and a measuring table. jest duża ilość porów (mikrosfer), które zostały zabarwione na niebiesko. Automatyczną analizę obrazu przeprowadzono z wykorzystaniem zestawu (fot. 2), w skład którego wchodził mikroskop stereoskopowy, kamera CCD oraz stolik pomiarowy.



Phot. 1. Specimen prepared for air pore structure testing Fot. 1. Próbka przygotowana do badania struktury porów powietrznych

The freeze-thaw resistance of concrete was studied in two stages: first stage involved subjecting the specimens-cubes to 50 freeze-thaw cycles in air (normal standard method) to PN-88/B-06250 [13] after which the specimens were moved to the CDF chamber and subjected to 56 freeze-thaw cycles (cube test) to PKN-CEN/TS 12390-9:2007 [15]. The specimens, placed in steel containers (two containers with two specimens each) on spacers, are completely immersed in water. The upper surface of the specimen should be perpendicular to the bottom of the container. The test temperature range is from $\pm 20^{\circ}C (\pm 2^{\circ}C)$ to $\pm 15^{\circ}C (\pm 2^{\circ}C)$. Fifty six cycles of freezing and thawing are performed. The freezing phase lasts 16 hours and the thawing phase lasts 8 hours. After 7, 14, 28 and 42 cycles, a visual evaluation during freezing is performed and the scaled material is collected to be dried at 110 $(\pm 10^{\circ}\text{C})$ and then weighed with accuracy up to 0.1g. The final result is the percentage mass loss after 56 freeze-thaw cycles. The temperature-recording gauge was fixed inside the specimen. The containers with the specimens were placed in the chamber bath filled with glycol. Temperature variations in the specimens are controlled by cooling and heating the glycol.

Frost damage degree was evaluated based on the visual inspection of the specimens, changes in their mass (dm), the amount of scaled material (dm_{56})



Phot. 2. The setup for air pore structure testing Fot. 2. Zestaw do badania struktury porów powietrznych

Program badania mrozoodporności betonu składał się z dwóch etapów: najpierw wykonano 50 cykli zamrażania-rozmrażania próbek-kostek w powietrzu metodą zwykłą wg normy PN-88/B-06250 [13], a następnie próbki przeniesiono do komory CDF i wykonano 56 cykli zamrażania-rozmrażania metodą kostkowa (cube test) wg PKN-CEN/TS 12390-9:2007 [15]. Próbki umieszczono w metalowych pojemnikach na podstawkach (dwa pojemniki po dwie próbki), a następnie zalano wodą, tak aby próbki były całkowicie zanurzone. Próbki umieszcza się w pojemniku, tak aby wierzchnia powierzchnia próbki była prostopadła do podstawy pojemnika. Zakres temperatur podczas cykli zamrażania-rozmrażania wynosi od +20°C (±2°C) do -15°C (±2°C). Przeprowadza się 56 cykli zamrażania--rozmrażania. Zamrażanie trwa 16 godzin a odmrażanie 8 godzin. Po 7, 14, 28 i 42 cyklach w czasie rozmrażania przeprowadza się ocenę wizualną, oraz zbiera się złuszczony materiał. Złuszczony materiał suszy się w temperaturze 110°C (±10°C), a następnie waży z dokładnością do 0,1 g. Za wynik końcowy przyjmuje się procentowy ubytek masy po 56 cyklach zamrażania-rozmrażania. W próbce umieszczono sondę, aby rejestrować zmiany temperatury wewnątrz betonu. Pojemniki z próbkami umieszczono w wannie komory wypełnionej glikolem. Zmianę temperatury w próbkach kontroluje się poprzez schładzanie i podgrzewanie glikolu.

Ocenę stopnia zniszczenia mrozowego przeprowadzono na podstawie oceny wizualnej próbek, zmia-

and the reduction in compressive strength (ΔR) of the specimens subjected to freezing relative to the reference specimens.

ny masy próbek (dm), ilości złuszczonego materiału (dm₅₆) oraz spadku wytrzymałości na ściskanie (ΔR) próbek zamrażanych względem próbek świadków.

The compositions and selected properties of the concrete are summarised in Table 2.

Skład i wybrane właściwości betonów przedstawiono w tabeli 2.

Table 2. Composition and selected properties of concrete mixtures
Tabela 2. Skład i wybrane właściwości mieszanek betonowych

Series	W/B	C kg/m ³	SF kg/m ³	GGBS kg/m ³	S kg/m³	D 4/8 kg/m ³	D 8/16 kg/m ³	MSP kg/m³	SPL kg/m³	gb kg/m³	Slump flow cm
B1	0.28	567	28	0	697	404	494	4.2	19.5	2381	63.5
B2	0.28	435	22	131	689	399	488	4.1	17.6	2351	73.0
B3	0.36	471	24	0	679	433	529	3.5	8.5	2327	63.5
B4	0.37	366	18	110	677	432	528	3.5	6.7	2322	73.0
B5	0.33	447	22	67	660	396	594	3.8	12.3	2382	60.0

3. Results and discussion

The results from hardened concrete tests are shown in Tables 3 and 4 and in Fig. 2. Compressive strength tests were performed after 2, 28 and 90 days of curing. The 28-day compressive strength ranges from 76.4 to 90.9 MPa, which corresponds to strength class C55/67 - C60/75. The 2-day compressive strength indicates that the addition of the slag reduces the strength at an early stage of curing, and that the influence of the slag on the strength of concrete is more pronounced at higher W/B ratios (Fig. 2c). The results at 28 and 90 days show a positive effect of the slag on the strength of concrete (Fig. 2d and Fig. 2e).

The water absorption values are within the range 3.69-5.02%. A significant influence of W/B ratio on absorption values was observed (Fig. 2b). The absorption of concrete increased with increasing W/B ratio. The addition of slag does not affect water absorption levels noticeably.

Table 3. Results for hardened concrete
Tabela 3. Wyniki badań stwardniałych betonów

Series	fc 2 MPa	fc 28 MPa	fc 90 MPa	nw %	∆R %	dm g	dm 56 g	dm 56 %
B1	50.3	85.9	96.5	3.69	4.5	1.75	3.02	0.06
B2	49.1	90.9	100.0	3.87	10.8	2.75	2.06	0.04
B3	48.0	76.4	83.4	4.86	2.6	3.00	2.93	0.06
B4	35.0	78.7	88.0	5.02	7.1	3.75	2.96	0.06
B5	49.3	88.3	97.0	4.15	4.5	3.25	2.81	0.06

3. Wyniki badań i ich analiza

Wyniki badań stwardniałych betonów przedstawiono w tabelach 3 i 4 oraz na rysunku 2. Badanie wytrzymałości na ściskanie przeprowadzono po 2, 28 i 90 dniach dojrzewania. Wytrzymałość na ściskanie betonów po 28 dniach dojrzewania wynosi od 76,4 MPa do 90,9 MPa, co odpowiada klasie wytrzymałości C55/67-C60/75. Z badania wytrzymałości na ściskanie po dwuch dniach dojrzewania wynika, że dodatek żużla powoduje obniżenie wytrzymałości w początkowym okresie dojrzewania, przy czym wpływ żużla na wytrzymałość jest wyraźniej widoczny przy wyższym stosunku W/S (rys. 2c). Badanie wytrzymałości na ściskanie po 28 i 90 dniach pokazuje korzystny wpływ żużla na wytrzymałość betonu (rys. 2d i 2e).

Uzyskane nasiąkliwości mieszczą się w zakresie 3.69-5.02%. Zaobserwowano znaczący wpływ stosunku W/S na nasiąkliwość badanych betonów (rys. 2b). Wraz ze wzrostem stosunku W/S nasiąkliwość wzrasta, natomiast dodatek żużla nie wpływa znacząco na nasiąkliwość.

Table 4. Results from air pore structure tests
Tabela 4. Wyniki badań struktury porów powietrznych

Series	A %	A ₃₀₀ %	α mm⁻¹	\overline{L} mm
B1	2.83	1.40	92.41	0.078
B2	5.37	1.68	49.28	0.110
B3	4.40	1.36	59.66	0.096
B4	5.97	3.62	82.88	0.060
B5	3.30	1.39	55.92	0.119



Table 3 summarizes the results from the air pore structure test. The use of microspheres reduced the pore spacing factor \overline{L} to the level of less than 0.20 mm. The \overline{L} values were from 0.060 mm to 0.119 mm. When air bubbles are very small, the micropore content $A_{300} > 1.5\%$ is not required. The micropore content A_{300} in the concrete under analysis was from 1.36 to 3.62%. The air content A was from 2.83 to 5.97%.

X1: W/S

Wyniki badania struktury porów powietrznych przedstawiono w tabeli 3. Zastosowanie mikrosfer pozwoliło uzyskać wskaźnik rozmieszczenia porów \overline{L} znacznie niższy od 0,20 mm. Wartości wskaźnika \overline{L} wyniosły od 0,060 mm do 0,119 mm. W przypadku bardzo drobnych pęcherzyków powietrznych nie jest konieczne uzyskanie zawartości mikroporów A₃₀₀ >1,5%. Zawartość mikroporów A₃₀₀ w badanych betonach wyniosła od 1,36% do 3,62%. Zawartość powietrza A wynosi od 2,83% do 5,97%.

The mass changes during the 106 freeze-thaw cycles are illustrated in Figure 3. After 50 cycles in air the specimens did not show any significant mass variations or surface damage. Freezing the specimens in water did not affect the mass of the specimens. No significant scaling was observed. After freezing, the specimens were examined for mass reduction relative to the reference specimens. The reduction ranged from 2.6% to 10.8%. Neither the W/B ratio nor the slag addition had significant effect on the reduction in the strength of concrete.

Przebieg zmian masy podczas 106 cykli zamrażaniarozmrażania przedstawiono na rysunku 3. Próbki po 50 cyklach zamrażania-rozmrażania w powietrzu nie wykazały istotnych zmian masy ani powierzchniowych uszkodzeń. Zamrażanie próbek w wodzie również nie spowodowało istotnych zmian masy. Próbki nie wykazały także istotnego łuszczenia powierzchni. Po zakończeniu zamrażania oceniono spadek wytrzymałości próbek zamrażanych w stosunku do próbek świadków. Spadek wytrzymałości wyniósł od 2,6% do 10,8%. Stosunek W/S i dodatek żużla nie wpłynęły znacząco na spadek wytrzymałości.



Fig. 3. Changes in specimens subjected to freezing -50 cycles in air followed by 56 cycles by cube method

Rys. 3. Zmiana masy próbek zamrażanych – 50 cykli w powietrzu, a następnie 56 cykli metodą kostkową

4. Conclusions

Analysis of the results obtained from the tests performed on self-compacting high strength concrete made with the binder containing GGBS at $0\div30\%$ m.c. and polymer microspheres-based air-entrainment has demonstrated that:

- 1. With the use of locally available materials, it is possible to design and make self-compacting concrete of high strength (class C55/67-C60/75), resistant to cyclic freezing and thawing.
- 2. Despite differences between the results obtained for compressive strength and water absorption, all concretes showed freeze-thaw durability. The deciding factor was microspheres-based air entrainment.
- 3. The addition of slag contributes to the reduction in compressive strength at the early period of curing and to the increase in 28- and 90-day strength. It has no significant effect on the water absorption

4. Wnioski

Na podstawie analizy uzyskanych wyników badań betonów samozagęszczalnych o wysokiej wytrzymałości, wykonanych ze spoiwem zawierającym żużel w ilości 0÷30% m.c., napowietrzonych za pomocą mikrosfer polimerowych, sformułowano następujące wnioski:

- Stosując lokalnie dostępne materiały, możliwe jest zaprojektowanie i wykonanie betonu samozagęszczalnego o wysokiej wytrzymałości (klasa wytrzymałości C55/67-C60/75) odpornego na działanie mrozu.
- Mimo różnic w uzyskanych wynikach wytrzymałości na ściskanie i nasiąkliwości wszystkie betony były odporne na działanie mrozu. Czynnikiem decydującym było odpowiednie napowietrzenie betonu za pomocą mikrosfer.
- Zastosowanie dodatku żużla wpływa na obniżenie wytrzymałości na ściskanie w początkowym okresie dojrzewania i wzrost wytrzymałości 28i 90-dniowej. Nie wpływa natomiast znacząco na

and the freeze-thaw durability of concrete air entrained by the addition of microspheres.

- 4. The strength of concrete decreases and the water absorption increases with increasing W/B ratio. No significant effect of W/B ratio on freeze-thaw resistance was observed in microspheres-based air entrained concrete. The W/B ratio of the concrete was from 0.28 to 0.36.
- 5. The addition of microspheres resulted in obtaining the pore spacing factor \overline{L} of much less than 0.20 mm, that is, from 0.060 mm to 0.119 mm.
- 6. In the case of minute air bubbles (microspheres), it is not necessary to obtain micropore content of $A_{300} > 1.5\%$. The micropore A_{300} content in the concrete under analysis ranged from 1.36% to 3.62%.

nasiąkliwość oraz mrozoodporność betonu napowietrzonego za pomocą mikrosfer.

structure

- 4. Wraz ze wzrostem stosunku W/S wytrzymałość betonu maleje a nasiąkliwość wzrasta. Nie zaobserwowano znaczącego wpływu stosunku W/S na mrozoodporność betonów napowietrzonych za pomocą mikrosfer. Stosunek W/S badanych betonów wynosił od 0,28 do 0,36.
- 5. Zastosowanie mikrosfer pozwoliło na uzyskanie wskaźnika rozmieszczenia porów \overline{L} znacznie niższego od 0,20 mm. Wartości wskaźnika \overline{L} wyniosły od 0,060 mm do 0,119 mm.
- 6. W przypadku bardzo drobnych pęcherzyków powietrznych (mikrosfer) nie jest konieczne uzyskanie zawartości mikroporów A₃₀₀ > 1,5%. Zawartość mikroporów A₃₀₀ w badanych betonach wyniosła od 1,36% do 3,62%.

References

- [1] Giergiczny Z., Glinicki M.A., Sokołowski M., Zieliński M.: Air void system and frost-salt scaling of concrete containing slag-blended cement. Construction and Building Materials 23, 2009, pp. 2451–2456.
- [2] Deja J.: Freezing and de-icing salt resistance of blast furnace slag concretes, Cement and Concrete Composites 25, 2003, pp. 357-361.
- [3] ACI Committee 226: Ground granulated blast-furnace slag as a cementitious constituent in concrete. ACI Materials Journal, Vol. 84, No. 4, 1987, pp. 327-342.
- [4] PN-B-06265:2004. Polish National Supplement: PN-EN 206-1:2003 Concrete Specification, performance, production and conformity.
- [5] Neville A.M.: Właściwości betonu. Wydanie czwarte, Polski Cement, Kraków 2000.
- [6] Rusin Z.: Technologia betonów mrozoodpornych. Polski Cement, Kraków 2002.
- [7] Pigeon M., Plante P., Plante M.: Air-Void Stability, Part I: Influence of Silica Fume and Other Parameters. ACI Materials Journal, V. 86, No. 5, September-October 1989, pp. 482-490.
- [8] Plante P., Pigeon M., Saucier F.: Air-Void Stability, Part II: Influence of Superplasticizers and cement. ACI Materials Journal, V. 86, No. 6, November-December 1989, pp. 581-589.
- [9] Saucier F., Pigeon M. Plante P.: Air-Void Stability, Part III: Fields Tests of Superplasticized Concretes. ACI Materials Journal, V. 87, No. 1, Jan.-Feb. 1990, pp. 3-11.
- [10] Szwabowski J.Z., Łaźniewska-Piekarczyk B.: The increase of air content in scc mixes under the influence of carboxylate superplasticizer. Cement Wapno Beton Nr 4/2008, pp. 205-215.
- [11] Petersson P.E.: Freez-Thaw Durability of Concrete. E&FN SPON, 1997, pp. 211-221.
- [12] PN-EN 12390-3:2011 Badania betonu Część 3: Wytrzymałość na ściskanie próbek do badań/Testing hardened concrete – Part 3: Compressive strength of test specimens.
- [13] PN-88/B-06250 Concrete Zwykły/Normal Concrete (in Polish).
- [14] PN-EN 480-11:1998 Domieszki do betonu, zaprawy i zaczynu. Metody badań. Oznaczanie charakterystyki porów powietrznych w stwardniałym betonie/Admixtures for concrete, mortar and grout – Test methods – Part 11: Determination of air void characteristics in hardened concrete.
- [15] PKN-CEN/TS 12390-9:2007 Testing hardened concrete Part 9: Freeze-thaw resistance Scaling.



PAWEŁ KOSSAKOWSKI¹ MICHAŁ BAKALARZ² Kielce University of Technology ¹ e-mail: kossak@tu.kielce.pl ² e-mail: mbakalarz@tu.kielce.pl

TIMBER NOISE BARRIERS

DREWNIANE EKRANY AKUSTYCZNE

Abstract

The paper presents the issue of protection against the negative effects of noise by means of timber noise barrier. Timber noise barriers are described with regard to the types of construction of the acoustic panel, technical solutions, materials and processing method. Advantages and disadvantages of timber noise barriers, and the range of application are also discussed in the article.

Keywords: noise, protection against noise, noise barriers, timber structures

Streszczenie

W artykule poruszona została problematyka ochrony przed hałasem przy wykorzystaniu drewnianych ekranów akustycznych. W szczegółowy sposób opisano drewniane ekrany akustyczne, uwzględniając ich podział w zależności od konstrukcji panelu akustycznego, technologię wykonania oraz stosowane materiały i sposób ich obróbki. Przedyskutowano wady i zalety drewnianych ekranów akustycznych oraz możliwości ich lokalizowania w różnych warunkach terenowych.

Słowa kluczowe: hałas, ochrona przed hałasem, ekran akustyczny, konstrukcje drewniane

1. Introduction

Pollution of natural environment related to the negative effects of noise along with the air pollution are major threats resulting from human activities, which contemporarily becomes a serious social problem.

Human activities performed in an outdoor environment are the reason of unwanted, annoying, irritating or harmful sounds defined collectively as "environmental noise". The noise therefore, refers to perceptible auditory sensation produced by propagating acoustic wave in the elastic medium in which specific range is identified by receiver as a noise. In physical terms, noise is a measurable value of sound level corresponding to the sound pressure or intensity, expressed in decibels (dB). The main noise sources associated with human activities include road and rail vehicles and their infrastructure, aircraft, outdoor and industrial equipment and mobile machinery [1].

Protection against noise is one of the primary objectives of the European Community policy to achieve high level of health and environmental

1. Wprowadzenie

Zanieczyszczenie środowiska naturalnego związane z oddziaływaniem hałasu, obok zanieczyszczeń powietrza, stanowi obecnie największe zagrożenie wynikające z działalności człowieka, stające się poważnym problemem społecznym.

Działalność człowieka prowadzona na wolnym powietrzu jest przyczyną niepożądanych, uciążliwych, dokuczliwych lub szkodliwych dźwięków, definiowanych jako "hałas w środowisku". Hałas utożsamiany może być z odczuwalnymi wrażeniami słuchowymi, wytworzonymi przez rozchodzącą się w ośrodku sprężystym falę akustyczną, do którego zaliczony zostanie przez odbiorcę określony zakres dźwięków. W ujęciu fizycznym jest to mierzalna wielkość głośności słyszalnego dźwięku odnosząca się do natężenia lub ciśnienia akustycznego wyrażanego w decybelach (dB). Głównymi źródłami hałasu są pojazdy kołowe i szynowe oraz ich infrastruktura, samoloty, urządzenia pracujące na otwartej przestrzeni i urządzenia przemysłowe oraz maszyny samojezdne [1].

Ochrona przed hałasem jest jednym z celów polityki Wspólnoty Europejskiej dążącej do osiągnięcia protection. For this reason, a variety of measures aimed at reducing the negative noise effects are undertaken. Generally, these measures influence three key elements such as source, wave propagation path and receiver exposed to effects of this phenomenon. By this three elements, the level of sound effects is assessed.

Current legal regulations concerning protection of the environment from the noise in the European Union including Poland are described extensively in publications [1, 3-5].

2. Noise barriers

Noise barriers known also as a sound barriers are one of the most common technical solutions used to mitigate negative noise effects emitted by means of transport. They are defined as a natural or artificial obstacles situated on the path of acoustic wave propagation between the source of the sound and the noise receiver. Locally, the barriers form a vertical increase of a ground level. Thus, they play a role of acoustic insulation which purpose is to reduce the noise level in the protected area [2].

The principle of operation of noise barriers refers to the rules governing propagation of acoustic waves in the elastic medium. The sound wave propagating from the source of the sound towards the protected area is partly reflected from the barrier facing, diffracted on the edges or transmitted through the noise barrier, where absorption of sound occurs. As a result, the noise level measured in the protected area is mitigated and is equal to the sum of sounds passed directly (transmitted through barrier) and indirectly (diffracted on barrier edges) to receiver. Noise reduction effect occurs in the area so-called "acoustic shadow".

The acoustic effectiveness of sound barriers depends primarily on [6]:

- location in relations to the sound source and receiver,
- shape of the cross-section,
- geometric parameters of barrier such as height and length,
- type of material and its thickness,
- shape of the terrain within the source and noise receiver.

For this reason, the most effective noise barriers are appropriately dense and stiff obstacles with great and workable geometric properties, located as close to the source or sound receiver as possible [6]. Absorption effectiveness of sound transmitted through the barrier depends on used material and its thickness. Other parameters contribute to the elongation of the path which an acoustic wave needs to cover [7]. wysokiego poziomu zdrowia i ochrony środowiska. W tym celu podejmowane są działania ukierunkowane na redukcję efektów hałasu, które wpływają na trzy kluczowe elementy, tj. źródło, drogę propagacji fali akustycznej oraz odbiorcę narażonego na skutki tego zjawiska. Na podstawie tych elementów wielkość hałasu jest określana.

Aktualne regulacje prawne dotyczące ochrony przed hałasem w Unii Europejskiej, w tym Polsce, omówione zostały szczegółowo w publikacjach [1, 3-5].

2. Ekrany akustyczne

Jednym z najbardziej rozpowszechnionych rozwiązań służących ochronie przed oddziaływaniem hałasu, wyemitowanego przez środki transportu są bariery dźwiękochłonne, określane również jako ekrany akustyczne. Definiowane są one jako naturalne lub sztuczne przeszkody usytuowanego na drodze propagacji fali akustycznej pomiędzy źródłem a odbiorcą hałasu. Lokalnie przyjmują postać pionowego podwyższenia linii terenu. Pełnią one zatem rolę izolacji, której zadaniem jest ograniczenie hałasu w obszarze chronionym [2].

Zasada działania ekranów akustycznych opiera się na zjawisku propagacji fal akustycznych w ośrodku sprężystym. Fala dźwiękowa rozchodząca się od źródła w kierunku obszaru chronionego, w momencie napotkania na przeszkodę, ulega częściowo odbiciu, załamaniu na krawędziach bariery lub przenika przez barierę i jest tłumiona. W rezultacie poziom hałasu po stronie odbiorcy jest obniżony i stanowi sumę fal, które dotarły bezpośrednio (przeniknęły przez barierę) i pośrednio (po ścieżce załamanej) do odbiorcy. Redukcja hałasu występuje w obszarze określanym jako tzw. cień akustyczny.

Efektywność akustyczna barier dźwiękochłonnych zależy głównie od [6]:

- lokalizacji względem źródła i odbiorcy hałasu,
- kształtu przekroju poprzecznego,
- wymiarów geometrycznych bariery, jak wysokość i długość,
- rodzaju materiału i jego grubości,
- kształtu terenu w obrębie źródła i odbiorcy hałasu.

Z tego względu najbardziej efektywne ekrany akustyczne to przegrody o dużej sztywności i gęstości, których wymiary geometryczne są możliwie największe i zlokalizowane są jak najbliżej źródła lub odbiorcy hałasu [6]. Efektywność tłumienia dźwięku przenikającego przez przegrodę zależy od przyjętego materiału oraz jego grubości. Pozostałe parametry przyczyniają się do wydłużenia drogi, jaką pokonać musi fala akustyczna [7].
TIMBER NOISE BARRIERS

structure

In this paper, noise barriers in which organic material such as wood or wood-based material is used to suppress noise are described.

3. Timber noise barriers

3.1. General information

Timber noise barriers are primarily shaped as a wall with lumber, plywood and glued-laminated wood members. Typical construction consists of posts and acoustic panels filling the space between them [7]. The posts are responsible for carrying the loads (mainly wind actions) and transmitting them to foundations as well as for construction stability. The panels are responsible for reducing the noise level.

Because of specific wood texture, timber noise barriers are characteristic in terms of architectural and visual aspects. The appearance of barrier is affected by the wood species and the processing method, including such factors as [8]:

- plank orientation within the element and its fragments various configuration of plank such as vertical, horizontal and diagonal may be provided;
- battens pattern;
- grain orientation texture of outer surfaces depends on wood species including its roughness and grain arrangement;
- lamination method for glulam barriers different design is obtained by modifying layers arrangement;
- post type material, dimensions, shape as well as the exposition of post is significant.

From a construction point of view, plain technical solutions analogical to these in noise barriers made out of other materials are frequently used.

Below, types of construction systems of timber noise barriers regarding to the previously mentioned wood members used to shape barrier are presented.

3.2. Construction system

Post-panel structures are fundamental construction systems of timber noise barriers (Fig. 1). The posts act as cantilevers attached to foundations, while the panels form a spanning in horizontal alignment.

Various wood species are applied for columns and panels as well as wood-based materials for acoustic panels.

Timber plank noise barriers are made out of lumber panels supported by timber posts. The posts in this constructions usually take the form of rectangle or circle in cross-section. Tongue and groove planking W pracy omówiono ekrany akustyczne, w których do tłumienia dźwięków zastosowano materiał organiczny, jakim jest drewno oraz materiały drewnopochodne.

3. Drewniane ekrany akustyczne

3.1. Informacje ogólne

Drewniane ekrany akustyczne wykonywane są w postaci ściany z drewna litego, sklejki i drewna klejonego warstwowo. Typowa konstrukcja składa się ze słupów oraz paneli wypełniających przestrzeń pomiędzy nimi [7]. Słupy odpowiedzialne są za przenoszenie obciążeń (głównie oddziaływań wiatru) i przekazywanie ich na fundamenty oraz stateczność konstrukcji. Panele akustyczne odpowiadają za redukcję hałasu.

Z uwagi na specyficzną teksturę drewna, ekrany są charakterystyczne pod względem architektonicznym i wizualnym. Wygląd przegród uzależniony jest od przyjętego gatunku drewna oraz sposobu jego obróbki, wliczając takie czynniki, jak [8]:

- orientacja desek układ desek w obrębie całego elementu lub jego fragmentu może być kształtowany jako poziomy, pionowy lub ułożony pod kątem;
 układ listew;
- przebieg włókien tekstura powierzchni elementów zależy od przyjętego gatunku drewna, w tym jego szorstkości i układu włókien;
- sposób klejenia dla elementów wykonanych z drewna klejonego warstwowo, zmianę wyglądu można osiągnąć za pomocą rozkładu lamel;
- typ słupów istotny jest materiał, kształt, wymiary, a także ekspozycja słupów.

Z konstrukcyjnego punktu widzenia najczęściej stosowane są rozwiązania o prostych układach, analogiczne do ekranów wykonywanych z innych materiałów.

Poniżej przedstawiono układy konstrukcyjne ekranów akustycznych w odniesieniu do wspomnianego wcześniej elementu drewnianego wykorzystanego do jego wykonania.

3.2. Układ konstrukcyjny

Podstawowym systemem konstrukcyjnym drewnianych ekranów akustycznych jest układ słup-panel (rys. 1). Słupy funkcjonują jako wsporniki zakotwione w fundamentach, a panele stanowią przęsła w układzie poziomym.

Różne gatunki drewna litego stosowane są na słupy i panele, jak również materiały drewnopochodne na panele.

Bariery z desek wykonane są z paneli z drewna litego podpieranych przez słupy. Słupy w tych konstrukcjach przyjmują formę kolumny o przekroju prosto-



instead of overlapping is preferred to prevent the occurrence of gaps between either the ground and panel or barrier members respectively [9]. Thicker planks, than required from static analysis may provide additional protection against rheological effects, lengthening barrier design life [6].

Plywood barriers are made of plywood panels attached usually to steel or lumber posts [7]. Plywood is manufactured by gluing together thin layers (plies) of wood veneer with moisture-resistant adhesives. The subsequent layers are rotated in such way to ensure crossing of the grains in the adjacent layers. External and internal plies may vary in mechanical properties. In comparison to planks, plywood panels are stronger and more durable, and can be also used in modular systems [6]. Depending on the requirements kątnym bądź okrągłym. W celu uniknięcie przerw pod konstrukcją panelu i jej elementami preferowane są połączenia desek na tzw. pióro-wpust [9]. Przyjęcie grubszych desek, niż wynikające z obliczeń statycznych, może zapewnić dodatkową ochronę przed efektami reologicznymi, co pozwoli wydłużyć czas eksploatacji [6].

Panele akustyczne ze sklejki połączone są zwykle ze stalowymi bądź drewnianymi słupami [7]. Wytwarzane są poprzez sklejenie ze sobą za pomocą wodoodpornego kleju cienkich lamel drewna. Kolejne warstwy obracane są względem siebie, tak by włókna się krzyżowały, a wewnętrzne warstwy sklejki różnić się mogą gatunkowo od warstw zewnętrznych. Sklejka charakteryzuje się większą wytrzymałością i trwałością w porównaniu do desek oraz może być stosowana w systemach modu-



Fig. 1. Timber noise barrier with a board panel (authors' photography) Rys. 1. Drewniany ekran akustyczny z panelem z desek (fotografia autorów)

on the intensity of the sound, the noise barriers may consist of one or more layers of plywood. Combining several plywood layers requires appropriate their distribution, so the connection of adjacent layers do not overlap. larnych [6]. W zależności od wymagań dotyczących intensywności hałasu przegroda składać się może z jednej lub większej ilości warstw sklejki. Połączenie kilku przylegających do siebie wymaga odpowiedniego ich rozłożenia, tak by złącza nie nakładały się na siebie.

structure

Plywood panels are also used in the rehabilitation of timber noise barriers when small defects occurs, and as an alternative solution of facing of the lightweight concrete panels [9].

Glued-laminated (glulam) noise barriers consist of several structural members fabricated by bonding together specific number of lamellae with a durable moisture-resistant adhesives. The arrangement of individual lamellae within a single structural element is such that the course of the grains in the adjacent layers is close to parallel. Such arrangement provides the best mechanical properties. The characteristic feature of this solution is similar to a mirror reflection look of the barrier on both sides.

It should be noted that the acoustic panels in the solutions described above can be either assembled and integrated on site or delivered as a prefabricated elements. However, greater acoustic durability due to installation method will be achieved for prefabricated elements [10].

4. Material and structure solutions

4.1. Reflective and absorbing barriers

Due to the noise mitigation solution reflective (Fig. 2) and absorbing barriers are specified.

The principle of operation of the reflective noise barriers as the name indicates basis on the phenomenon of the sound wave reflection. When the wave strikes the barrier facing, part of the energy is transmitted through the barrier, however the vast majority is reflected towards the source of the sound. Depending on the facing and porosity (as well as the length of the wave) sound can be diffracted in various directions. Reflective noise panels are usually made out of planks supported by treated lumber framing, and attached to the foundations through metal or timber profiles. Planks can be either planed or not. Metal profiles are connected with the foundations by means of welded plates and changeable in shape and diameter screws.

The connections should be made with the use of moisture-resistant elements, such as stainless steel screws.

Technological solutions in absorptive noise barriers are similar to these in reflective noise barriers, with the difference that the interior of the panel is filled with the acoustic wave absorbing material. The fibrous materials such as mineral wool or rock wool are commonly used. Filling material is protected against the atmospheric effects using the protective membranes (black glass mat). The external facing (from the receiver side) of the absorptive barrier is Panele ze sklejki stosowane są również przy naprawach ubytków drewnianych barier oraz jako alternatywne wykończenie powierzchni lekkich paneli betonowych [9].

Bariery z drewna klejonego warstwowo składają się z elementów wytworzonych przez połączenie określonej ilości lamel za pomocą wytrzymałego, odpornego na wilgoć kleju. Układ poszczególnych lamel w obrębie jednego elementu konstrukcyjnego jest taki, że kierunek przebiegu włókien, w przystających do siebie lamelach jest w przybliżeniu równoległy. Taki układ zapewnia najlepsze parametry mechaniczne. Charakterystyczną cechą tego rozwiązania jest zbliżony do lustrzanego odbicia wygląd przegrody po obu jej stronach.

Należy zauważyć, iż panele w opisanych powyżej rozwiązaniach mogą być zmontowane i wbudowywane na placu budowy lub dostarczane jako elementy prefabrykowane. Jednakże większa trwałość akustyczna ze względu na metodę instalacji osiągnięta zostanie dla elementów prefabrykowanych [9].

4. Rozwiązania konstrukcyjne i materiałowe

4.1. Ekrany odbijające i pochłaniające

Ze względu na sposób łagodzenia hałasu wyróżniamy ekrany odbijające (rys. 2) i pochłaniające dźwięk.

Zasada działania ekranów odbijających dźwięk, jak sama nazwa wskazuje, bazuje na zjawisku odbicia fali dźwiękowej. W momencie uderzenia w powierzchnię bariery część energii jest transmitowana przez przegrodę, lecz zdecydowana większość jest odbijana w kierunku źródła hałasu. W zależności od kształtu i chropowatości powierzchni (oraz długości fali dźwiękowej) dźwięk może być załamany w różnych kierunkach. Odbijające panele konstruowane są z desek opartych na ramowej konstrukcji z obrobionych bali drewnianych i połączone są z podporami z metalowych profili bądź drewna. Deski mogą być strugane lub nie. Profile metalowe łączone są z fundamentem za pomocą przyspawanych płyt i śrub o zmiennej średnicy i kształcie.

Połączenia wykonane powinny być z elementów niepodatnych na działanie wilgoci, jak na przykład nierdzewne wkręty.

Rozwiązania technologiczne w ekranach pochłaniających dźwięk są zbliżone do ekranów odbijających, z tą różnicą, że wnętrze panelu wypełnione jest czynnikiem pochłaniającym falę akustyczną. Najczęściej używane są do tego materiały włókniste, takie jak wełna mineralna czy skalna. Materiał wypełniający chroniony jest przed oddziaływaniem atmosferycznym za pomocą membran ochronnych (szklanych welonów koloru czarnego). Okładzina zewnętrzna (od strony





Fig. 2. Reflective noise barrier (authors' photography) Rys. 2. Odbijający ekran akustyczny (fotografia autorów)

covered with tongue and groove planking. While, the inner surface (from the sound source) is covered with battens, with different regarding to the manufacturer percentage of surface coverage [10].

4.2. Wood species

Specific species of seasoned or dried hardwood are used [11]. In Poland, most commonly pine and spruce with densities of 550 kg/m³ and 470 kg/m³ respectively are utilized. The density of timber influences the acoustic effectiveness. With the increase of density, required plank thickness for which the same level of noise reduction is achieved decreases [10].

Regarding to wood species the appropriate treatment against moisture, insects and fire is required. To this end, a chemical wood preservation is usually applied through the pressure impregnation. In particular, protection due to the flammability of structure taking into account the possibility of pollution air, soil or groundwater need to be considered. In case of fire, both fumes as well as the ash should not pose a threat.

5. Advantages and disadvantages

The main advantages of timber noise barriers are:

- a) *aesthetics qualities*: the ability of visual blending the devices dealing with protection of life and human health with the surrounding environment,
- b) *design life*: appropriately treated timber with chemical preservatives against fungi, insects, pests

odbiorcy) panelu pokryta jest deskami na pióro-wpust. Natomiast powierzchnie wewnętrzne (od strony źródła hałasu) pokryte są listewkami o różnym w zależności od producenta, procencie pokrycia powierzchni [10].

4.2. Gatunki drewna

Do budowy ekranów wykorzystywane są określone gatunki sezonowanego bądź suszonego drewna iglastego [11]. W Polsce najczęściej stosowane jest drzewo sosnowe i świerkowe o gęstości odpowiednio 550 kg/m³ i 470 kg/m³. Gęstość drewna wpływa na jego właściwości tłumienia dźwięku. Wraz z jej wzrostem maleje wymagana grubość deski, pozwalająca uzyskać taki sam poziom redukcji hałasu [10].

Niezależnie od gatunku drewna wymagane są zabiegi ochronne przed oddziaływaniem wilgoci, szkodników i ognia. W tym celu stosowana jest zazwyczaj impregnacja ciśnieniowa drewna za pomocą środków chemicznych. Szczególnie istotna jest ochrona z uwagi na palność konstrukcji, uwzględniająca możliwość zanieczyszczenia powietrza, gleby i wód gruntowych. W przypadku pożaru zarówno dym, jak i popiół nie powinny stanowić zagrożenia.

5. Zalety i wady

Głównymi zaletami drewnianych ekranów są:

- a) względy estetyczne: możliwość wkomponowania urządzeń służących ochronie życia i zdrowia ludzkiego w obszar otaczającego krajobrazu;
- b) *czas użytkowania*: odpowiednio zabezpieczone drewno związkami chemicznymi przeciwko grzy-

structure

and other organisms that may adversely affect on the structure of the wood can extend the design life up to 50 years [6];

- c) *cost of solution*: wood is a common material in nature and therefore is relatively cheap, which translates to low installation and rehabilitation cost [12];
- d) *constructability*: timber members may be simply modified, also on site [8];
- e) *lightweight structures*: indirectly translates to relatively short assembling time[6].

The main disadvantages of timber noise barriers are:

- a) *instability of dimensions and shape of barrier*: aging the construction material causes cracks and warping of the structure, which may result in [12]:
 - gaps and holes through which the sound will be leaking, reducing the noise barrier effectiveness,
 - disorder of the structure cohesiveness contributing to increasing the stress level in elements,
 - deterioration of aesthetics;
- b) *susceptibility to soil and groundwater influence*: regardless to wood species and treatment method, pre-mentioned factors may cause degradation (rotting) of barrier members [12];
- c) *low cleaning effectiveness*: wood surfaces are susceptible to vandalism in the form of graffiti and therefore needs to be painted over each time to restore the look of the facing [6];
- d) *limited ability of shaping the size of the barrier*: barrier geometry is limited within the range of acceptable stress level corresponding to mechanical parameters of wood;
- e) necessity of more frequent controls and repairs.

Some disadvantages may be partially neutralized by selecting appropriate processing method, material and technical solution.

6. Summary

Timber noise barriers represent a diverse in visual context measures dealing with the protection of life and human health. Nevertheless, the range of its application is limited by inherent wood defects. Primarily they are used because of the ability to integrate and blend with the local landscape. Therefore, these barriers are applied in the suburbs or rural areas, where in addition to its primary function may also act as a fence. bom, owadom, szkodnikom oraz innym organizmom mogącym wpływać negatywnie na jego strukturę pozwala wydłużyć użytkowanie do 50 lat [6];

- c) koszt rozwiązania: drewno jest materiałem powszechnie występującym i stosunkowo tanim, co przekłada się na niskie koszty instalacji oraz rehabilitacji [12];
- d) wykonalność: elementy mogą zostać łatwo zmodyfikowane, również na placu budowy [8];
- e) *niski ciężar konstrukcji*: pośrednio przekłada się to na względnie krótki czas montażu [6].

Głównymi wadami drewnianych ekranów akustycznych są:

- a) niestabilność wymiarów i kształtu przegrody: starzenie się materiału konstrukcyjnego powoduje pęknięcia lub paczenie się konstrukcji, czego następstwem mogą być [12]:
 - szczeliny oraz otwory, przez które przedostawać się będzie hałas, zmniejszając efektywność ekranu,
 - zaburzenie spójności struktury, przyczyniając się do zwiększenia poziomu naprężeń w elementach,
 - pogorszenie estetyki;
- b) wrażliwość na oddziaływanie gruntu i wód gruntowych: niezależnie od gatunku drewna i sposobu obróbki powyższe czynniki mogą wywołać degradację (gnicie) elementów bariery [12];
- c) niską efektywność czyszczenia: powierzchnie drewniane są podatne na wandalizm w postaci graffiti i wymagają każdorazowo malowania w celu odnowienia wyglądu powłoki zewnętrznej [6];
- d) ograniczone możliwości kształtowania wielkości przegrody: geometria bariery ograniczona jest przez zakres naprężeń wynikających z parametrów mechanicznych drewna;

e) konieczność częstszych kontroli i napraw.

Niektóre z wad mogą zostać częściowo zniwelowane przez dobór odpowiednich rozwiązań konstrukcyjnych, materiałowych oraz obróbkę drewna.

6. Podsumowanie

Drewniane ekrany akustyczne stanowią zróżnicowane wizualnie rozwiązanie służące ochronie życia i zdrowia ludzkiego. Jednak nieodłączne wady drewna ograniczają zakres ich zastosowania. Najczęściej wykonywane są ze względu na możliwość wpasowania i zmieszania z miejscowym krajobrazem. Dlatego też, stosowane są na przedmieściach lub terenach wiejskich, gdzie oprócz swojej podstawowej funkcji pełnią rolę ogrodzenia.

References

- Directive 2002/49/EC of the European Parliament and of the Council of 25 June 2002 relating to the assessment and management of environmental noise (Official Journal of the EC L 189/12, 18.07.2002).
- [2] Kossakowski P.: Ekran akustyczny o konstrukcji stalowej z wypełnieniem ziemnym (Steel noise barrier with ground filling). Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej Nr 283, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, zeszyt 59 (3/2012/TV), pp. 257-264.
- [3] Kossakowski P.: Protection against noise in the European Union general requirements, applied noise indicators and assessment methods. Structure and Environment 3, 4 (2011), pp. 38-45.
- [4] Kossakowski P., Wciślik W.: Legal regulations for protection of the environment from the noise and the current requirements for permissible noise level in Poland. Structure and Environment 5, 1 (2013), pp. 34-41.
- [5] Kossakowski P.: Strategic noise maps, Structure and Environment 4, 3 (2012), pp. 35-43.
- [6] NZ Transport Agency, State Highway Noise Barrier Design Guide, Wellington: NZTA, 2010.
- [7] Boothbly T.E., et al.: *Design of Wood Highway Sound Barriers*. U.S. Department of Agriculture, Forest Service, 2001. Retrieved from: http://www.woodcenter.org
- [8] https://www.fhwa.dot.gov/
- [9] NSW Goverment.: Noise wall design guideline. Design guideline to improve the appearance of noise walls in NSW, 2016. Retrieved from: www.rms.nsw.gov.au
- [10] Morgan P.A.: *The acoustic durability of timber noise barriers on England's strategic road network*. Transport Research Laboratory, 2010. Retrieved from: www.assets.highways.gov.uk
- [11] Bjelić M., et al.: Analysis of materials used for production of noise protection barriers. 2012 pp. 101-103.
- [12] Bowlby W.: In-service Experience with Traffic Noise Barriers, National Academy Press, Washington, D.C., 1992.



URSZULA PAWLAK Kielce University of Technology e-mail: u.pawlak@tu.kielce.pl

ENERGY CRITERION IN ASSESSING THE CORRECTNESS OF THE STIFFNESS MATRIX FOR NON-STANDARD FINITE ELEMENTS ENERGETYCZNE KRYTERIUM OCENY POPRAWNOŚCI MACIERZY SZTYWNOŚCI NIESTANDARDOWYCH ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Abstract

The paper presents the assessment of the correctness of the stiffness matrix for non-standard finite elements, which are membrane elements with additional, rotational degrees of freedom at a node. When applied to modelling, they make it possible to connect sub-areas with different degrees of freedom. Formulas for a mean value of elastic strain energy of the elements were derived, the values were compared with the density of elastic strain energy in a classical membrane state.

Keywords: elastic strain energy, membrane (transition) element, stiffness matrix, rotational degree of freedom

Streszczenie

W prezentowanej pracy przeprowadzono ocenę poprawności macierzy sztywności niestandardowych elementów skończonych. Niestandardowe elementy skończone to elementy tarczowe z dodatkowymi rotacyjnymi stopniami swobody w węźle. Zastosowane w modelowaniu umożliwiają połączenie podobszarów o rożnych stopniach swobody. Wyprowadzone zostały wyrażenia na średnią wartość energii sprężystej ww. elementów, które porównano z gęstością energii sprężystej występującej w klasycznym stanie tarczowym.

Słowa kluczowe: energia sprężysta, element tarczowy, macierz sztywności, rotacyjny stopień swobody

1. Introduction

In all analyses of structures, especially in those conducted using computer techniques, a fundamental issue, decisive for the quality of the results obtained, is to adopt an appropriate set of procedures, i.e. generally speaking, a computational model. In finite element modelling, all basic quantities, such as geometry, support, load and physical properties, which characterise the structural item being considered are modelled. Modelling the first, the second and, partly, the third quantity strictly depends on the type of elements used, which refers to the element shape and assumed degrees of freedom. When considerations are restricted to the displacement FEM representation, degrees of freedom are reduced to two types of nodal displacements: translational and rotational ones. From such a standpoint, modelled structural systems, and more generally modelled areas, can be divided into two classes. The first class comprises those areas, in which elements with only translational

1. Wprowadzenie

We wszystkich analizach konstrukcji, a szczególnie w przeprowadzanych przy użyciu technik komputerowych, podstawowym zagadnieniem decydującym o jakości otrzymywanych wyników jest przyjęcie właściwego schematu albo mówiąc ogólnie - modelu obliczeniowego. W modelowaniu skończenie elementowym, procesowi temu podlegają wszystkie podstawowe wielkości charakteryzujące analizowany obiekt konstrukcyjny, do których należą: geometria, podparcie, obciążenie, cechy fizyczne. Zamodelowanie pierwszej, drugiej, częściowo trzeciej wielkości uzależnione jest ściśle od rodzaju zastosowanych elementów. Chodzi przy tym o ich kształt i przyjęte stopnie swobody. Ograniczając rozważania do przemieszczeniowej reprezentacji MES, sprowadzamy stopnie swobody do dwóch rodzajów przemieszczeń węzłowych: translacyjnych i rotacyjnych. Z tego punktu widzenia modelowane układy konstrukcyjne albo ogólniej - modelowane obszary, możemy podzielić na dwie klasy.



degrees of freedom occur (2D or 3D areas). The second class includes areas, in which sub-areas with translational degrees of freedom and sub-areas with both translational and rotational degrees of freedom, occurring jointly, are found. In order to make it possible to connect those two sub-areas, it is necessary to distinguish a transition zone and to model that zone with the so-called transition elements, which will have nodes with translational, and also translational and rotational degrees of freedom occurring jointly (Figure 1).

In the present study, such transition elements will be treated as non-standard elements.

Do pierwszej zaliczamy te obszary, w których występują elementy mające tylko translacyjne stopnie swobody (obszary 2D lub 3D), do drugiej takie, w których występują podobszary z elementami o translacyjnych stopniach swobody i podobszary ze stopniami zarówno translacyjnymi, jak i rotacyjnymi występującymi łącznie. By możliwe było połączenie tych dwóch podobszarów, konieczne jest wyodrębnienie strefy przejściowej i zamodelowanie jej tzw. elementami przejściowymi, które będą miały zarówno węzły tylko z translacyjnymi, jak i translacyjnymi oraz rotacyjnymi stopniami występującymi łącznie (rys. 1). Takie elementy będą w naszym rozumieniu elementami niestandardowymi.



Fig. 1. Modelling the transition between sub-areas with degrees of freedom of different type Rys. 1. Zamodelowanie połączenia (przejścia) między podobszarami o różnych rodzajach stopni swobody

The issues concerning transition elements have not been thoroughly investigated yet. The number of publications on the subject is limited, in the world they include several, in Poland just a few, titles.

Transition elements have been a focus of increased interest in recent years. The elements that allow transition between areas with grids of different density, thus with different degrees of freedom were described, among others, by: Gupta [1], who proposed a rectangular, eight-node element with four transition nodes located at the mid-length of the sides. Jeyachandrabose and Kirkhope [2] presented a family of triangular elements with transition nodes inside the element and along its edge.

First works on membrane elements with rotational degrees of freedom included those by Allman [3], Bergan, Fellipe [4] and Cook [5]. All those researchers dealt with a triangular element with nine degrees of freedom. Square polynomials were used to describe the displacement area, rotation and moment quantities were substituted with translational quantities and forces, which was

Zagadnienie elementów przejściowych nie zostało jak dotąd dostatecznie opracowane. Liczba publikacji na ten temat jest bardzo ograniczona, w literaturze światowej nie przekracza kilkunastu, a w krajowej kilku pozycji.

W ostatnich latach wzrosło zainteresowanie tematyką dotyczącą elementów przejściowych.

Elementy umożliwiające przechodzenie między obszarami z siatkami podziału o różnej gęstości i tymi samymi stopniami swobody zostały opisane m.in. przez Gupta [1], który zaproponował prostokątny ośmiowęzłowy element z czterema węzłami przejściowymi leżącymi w połowie długości boków. Jeyachandrabose i Kirkhope [2] przedstawili rodzinę elementów trójkątnych z węzłami przejściowymi wewnątrz elementu i wzdłuż jego krawędzi.

Jedne z pierwszych prac poświęconych elementom tarczowym z rotacyjnymi stopniami swobody należą do Allmana [3], Bergana, Fellipe [4] i Cooka [5]. Wszyscy oni zajmowali się elementem trójkątnym z dziewięcioma stopniami swobody. Do opisu pola przemieszczeń przyjmowali wielomiany kwadratowe, a wielkości rotacyjne i momentowe zastępowali translacyjnymi i si-

structure

followed by boundary transition. For the elements obtained, it was necessary to adopt additional parameters, selected numerically, to optimise the solutions to individual problems. Hughes and Brezzi [6] proposed an element, which in addition to an area of translational displacements, contained an independent area with rotational displacements. The solution was obtained using variational approach appropriate for mixed displacement problems. At the end of the 20th cent, a study by Chinosi, Comodi and Sacchi [7] was published, which presented a new element with rotational degrees of freedom.

In Polish literature on the subject, rotational degrees of freedom in membranes were first referred to in the work by Rakowski [8] and in [9].

The way of constructing non-standard finite elements analysed in the present work, that is plane transition elements, termed 1R3H, 2R2H, 4R, their stiffness matrix, together with their explicit forms were presented in the works of Rakowski [10] and of the author [11, 12].

łami dokonując następnie przejścia granicznego. Uzyskane elementy wymagały przyjmowania dodatkowych parametrów dobieranych numerycznie w celu optymalizowania wyników rozwiązań poszczególnych problemów. Hughes i Brezzi [6] zaproponowali element, w którym występuje, poza polem przemieszczeń translacyjnych, niezależne pole przemieszczeń rotacyjnych. Rozwiązanie uzyskali, stosując podejście wariacyjne właściwe do mieszanych ujęć przemieszczeniowych. W ostatnich latach XX wieku ukazała się praca Chinosi, Comodi oraz Sacchi [7], prezentująca nowy element z rotacyjnymi stopniami swobody.

W literaturze polskiej jedną z pierwszych informacji o rotacyjnych stopniach swobody w tarczach można znaleźć w pracy Rakowskiego [8] oraz w książce [9].

Sposób budowy niestandardowych elementów skończonych, analizowanych w niniejszej pracy, tj. płaskich elementów przejściowych o nazwach: 1R3H, 2R2H, 4R, ich macierzy sztywności wraz z jawnymi postaciami, przedstawiono w pracach Rakowskiego [10] i autorki [11, 12].



Fig. 2. 2D and 1D areas connection Rys. 2. Połączenie obszarów 2D i 1D

The assumption on a rigid nodal point (Fig. 2) accounts for an additional accuracy disturbance when compared with standard 2D elements, which entails local zeroing of shape strains. It is therefore necessary to assess the degree of difference in results, caused by the "parasite" factors mentioned above. It is done by comparing the density of the "exact" elastic strain energy with the corresponding quantity found in membrane elements with additional, rotational degrees of freedom.

The present paper makes an assessment of the correctness of stiffness matrixes of non-standard finite elements using the energy criterion put forward by Gilewski [13, 14].



Założenie punktowej sztywnej inkluzji (rys. 2) jest dodatkowym "zaburzeniem" dokładności w stosunku do standardowych elementów 2D, co pociąga za sobą lokalne zerowanie się odkształceń postaciowych. Należy więc ocenić stopień odmienności wyników spowodowanych przez wymienione czynniki "pasożytnicze" przez porównanie gęstości energii sprężystej "dokładnej" z analogiczną wielkością występującą w elementach tarczowych z dodatkowymi rotacyjnymi stopniami swobody.

Dlatego też w niniejszej pracy przeprowadzono ocenę poprawności macierzy sztywności niestandardowych elementów skończonych, stosując zaproponowane przez Gilewskiego [13, 14] kryterium energetyczne.

2. Energy criterion – mathematical formulation of the problem

Energy criterion involves making the following assumptions:

 elastic strain energy stored in the element is expressed by the dependence:

$$U = \int_{V} U_0 dV \tag{1}$$

where U_0 is energy density determined exactly in the problem under consideration;

 in FEM representation, elastic strain energy in an element can be expressed as

$$\tilde{U} \equiv U = \frac{1}{2} q^T k q \tag{2}$$

Components determining energy in dependence (2) have the form

$$q_i k_j q_j \tag{3}$$

thus, they contain elements of the stiffness matrix and nodal displacements;

- displacements $q_{i'} q_j$ are treated as function values due to expanding them into Taylor series at the element centre of gravity,
- in the expansions obtained, boundary transitions are made, due to the dimensions of the elements we receive

$$\lim_{\substack{a \to 0 \\ b \to 0}} \tilde{U} = \tilde{U}_0 \tag{4}$$

- received \tilde{U}_0 , stating the approximate density of energy, is compared with the "exact" density U_0 , which makes it possible to assess the correctness of the element stiffness matrix.

A different approach to validate the correctness of non-standard stiffness matrixes was adopted by Rakowski in [15] and [16]. As the procedure is not followed in the present study, only a very general description of it is given:

- equilibrium conditions on element boundaries, defined by relations typical of FEM, are transformed into appropriate difference equations,
- boundary transitions are made in difference equations, as a result equilibrium differential equations are obtained,
- obtained differential equations are compared with equilibrium differential equations derived from general principles of elasticity theory, which makes it possible to validate the correctness of stiffness matrixes under consideration.

2. Kryterium energetyczne – matematyczne sformułowanie problemu

Kryterium energetyczne polega na następujących założeniach:

 energia sprężysta nagromadzona w elemencie wyraża się zależnością:

$$U = \int_{V} U_0 dV \tag{1}$$

structure

gdzie U_0 to gęstość energii określona dokładnie w rozpatrywanym problemie;

 w sformułowaniu MES energię sprężystą w elemencie można wyrazić jako

$$\tilde{U} \equiv U = \frac{1}{2} q^T k q \tag{2}$$

Składniki określające energię w zależności (2) mają postać

$$q_i k_j q_j \tag{3}$$

zawierają więc elementy macierzy sztywności oraz przemieszczenia węzłowe;

- przemieszczenia q_i, q_j traktujemy jako wielkości funkcyjne dokonując ich rozwinięcia w szereg Taylora względem środka ciężkości w elemencie,
- w otrzymanych rozwinięciach dokonujemy przejścia granicznego, ze względu na wymiary elementów otrzymując

$$\lim_{\substack{a \to 0 \\ b \to 0}} \tilde{U} = \tilde{U}_0 \tag{4}$$

– otrzymane \tilde{U}_0 określające przybliżoną gęstość energii porównujemy do gęstości "dokładnej" U_0 , co pozwala na dokonanie oceny poprawności macierzy sztywności elementu.

Inne podejście do oceny poprawności niestandardowych macierzy sztywności zaproponował Rakowski [15] i [16]. Ponieważ nie będziemy wykorzystywali tego sposobu, przytoczymy tylko ogólny jego opis:

- warunki równowagi na granicach elementów, określone związkami typowymi dla MES, przekształca się w odpowiednie równania różnicowe,
- w równaniach różnicowych dokonuje się przejść granicznych otrzymując w rezultacie różniczkowe równania równowagi,
- otrzymane równania różniczkowe porównuje się z różniczkowymi równaniami równowagi otrzymanymi na ogólnych zasadach teorii sprężystości, co pozwala ocenić poprawności rozpatrywanych macierzy sztywności.

structure

3. Assessment of the Correctness of Non-Standard Finite Element Stiffness Matrixes

While developing stiffness matrixes of non-standard finite elements, all requirements concerning FEM procedures for displacement representation were satisfied. The obtained stiffness matrixes are symmetric, and forces represented by individual columns fulfil the equilibrium conditions for an arbitrary two-dimensional system. Of all investigated elements, only 4R is an adjusted one. Variation of displacements along the sides is described by third-degree polynomials and the number of nodal parameters related to those displacements equals four, namely two function values and two derivative values. That makes the description unambiguous, thus accounting for continuous description of displacements along the side. For remaining elements, this condition is not satisfied, except for the side with two rigid nodes in 2R2H element. All elements, however, can be used in calculations. It happens so because they satisfy two conditions necessary to produce convergent results, namely the condition of rigid motion and the condition of constant strain. The conditions are guaranteed because the description of the displacement field components involves only the first power of constants and variables. At the same time, all elements yield approximate results, as generally FEM elements do. Shape functions, except for 1D bar, are an approximate description of the displacement field. In the case analysed here, additional accuracy "disturbance", when compared with standard 2D elements, results from the assumption on rigid nodal point, which leads to local zeroing of shape deformations. Therefore, it is necessary to evaluate to what extent the results are affected by the "parasite" factors mentioned above.

Checking the correctness of the stiffness matrix for 1R3H element Fig. 3 an energy criterion is employed. The mathematical sense of the criterion comes down to examining the following dependence:

$$\lim_{A \to 0} \frac{\frac{1}{2} q^{T} k q}{A} = \tilde{U}_{0}(0,0)$$
(5)

where A is the element area, in that case $A = 4a^2$.

From dependence (5), it follows that FEM solution is correct provided that the mean value of the elastic strain energy stored at the element tends to the value of the density the elastic strain energy at the centre of the element while the element dimension tends to zero. An additional assumption is made that it is square element with 2a side.

3. Ocena poprawności macierzy sztywności niestandardowych elementów skończonych

Macierze sztywności zbudowane zostały z zachowaniem wszystkich wymogów koniecznych w realizacji odpowiednich procedur MES w reprezentacji przemieszczeniowej. Otrzymane macierze sztywności są symetryczne, a siły reprezentowane przez poszczególne kolumny spełniają warunki równowagi dowolnego układu płaskiego. Spośród badanych elementów, tylko 4R jest elementem dostosowanym. Zmienność przemieszczeń wzdłuż boków opisana jest wielomianami trzeciego stopnia a liczba parametrów węzłowych związanych z tymi przemieszczeniami jest równa cztery po dwie wartości funkcji i pochodnych. To przesądza o jednoznaczności tego opisu a tym samym o ciągłości opisu przemieszczeń wzdłuż boku. W pozostałych elementach ten warunek nie jest spełniony, za wyjątkiem boku z dwoma węzłami sztywnymi w elemencie 2R2H. Wszystkie natomiast elementy mogą być stosowane w obliczeniach. Spełniają bowiem dwa warunki konieczne do uzyskiwania zbieżności wyników, a mianowicie: warunek ruchu sztywnego i warunek stałych odkształceń. Gwarantem tych warunków jest występowanie w opisie składowych pola przemieszczeń stałych i zmiennych w pierwszej potędze. Jednocześnie wszystkie elementy, jak zresztą w ogóle elementy w MES dają wyniki przybliżone. Funkcje kształtu, za wyjątkiem pręta 1D, są przybliżonym opisem pola przemieszczeń. W naszym przypadku dodatkowym "zaburzeniem" dokładności w stosunku do standardowych elementów 2D jest założenie punktowej sztywnej inkluzji, co pociąga za sobą lokalne zerowanie się odkształceń postaciowych. Należy, więc ocenić stopień odmienności wyników spowodowanych przez wymienione czynniki "pasożytnicze".

Przystępujemy do sprawdzenia poprawności macierzy sztywności elementu 1R3H (rys. 3) na podstawie kryterium energetycznego, którego sens matematyczny sprowadza się do zbadania następującej zależności:

$$\lim_{A \to 0} \frac{\frac{1}{2} q^T k q}{A} = \tilde{U}_0(0,0) \tag{5}$$

gdzie A to pole powierzchni elementu, w naszym przypadku $A = 4a^2$.

Z zależności (5) wynika, że rozwiązanie MES jest poprawne o ile średnia wartość energii sprężystej zgromadzonej w elemencie, zdąża do wartości gęstości energii sprężystej w środku elementu przy wymiarze elementu zmierzającym do zera. Poczyniliśmy dodatkowe założenie, że jest to element kwadratowy o boku 2a.





The density of the elastic strain energy in 2D problem presented in the paper, in the classical membrane state in two-dimensional stress system expressed in strains has the following form

Fig. 3. Square 1R3H element with 2a side Rys. 3. Kwadratowy element 1R3H o boku 2a

Gęstość energii sprężystej w występującym u nas problemie 2D w klasycznym stanie tarczowym, w płaskim stanie naprężenia wyrażona w odkształceniach ma postać

$$U_o = \frac{1}{2} \frac{E}{1 - \nu^2} \left[\varepsilon_x^2 + 2\nu \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \frac{1 - \nu}{2} \gamma_{xy}^2 \right]$$
(6)

or taking into account Cauchy relations

albo przy uwzględnieniu związków Cauchy'ego

$$U_o = \frac{1}{2} \frac{E}{1 - \nu^2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{1 - \nu}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \right\}$$
(7)



47



tructure

The elements of k_{ij} matrix are given in the works [10] and [11, 12], whereas $q_{i'} q_j$ are corresponding nodal displacements stated in matrixes q, q^T .

In accordance with Table 1, the energy of the element comprises 45 different components, which are the products of k_{ij} elements and nodal displacements.

Energia w elemencie według wzoru (2) uzyskana przy wykorzystaniu schematu Falka określona jest jako (tabela 1).

Elementy macierzy k_{ij} podane są w pracach [10] i [11, 12], natomiast q_i , q_j są odpowiednimi przemieszczeniami węzłowymi określonymi w macierzach q, q^T .

Zgodnie z tabelą 1 energia elementu składa się z 45 różnych składników będących iloczynami elementów k_{ii} oraz przemieszczeń węzłowych

$$u_i^2, \ v_i^2 - i = 1,2,3,4, \ u_i u_j - i, j = 1,2,3,4 \ (i \neq j), \ v_i v_j - i, j = 1,2,3,4 \ (i \neq j), u_i v_i - i, j = 1,2,3,4 \ (i \neq j), \ u_i \varphi_1 - i = 1,2,3,4, \ v_i \varphi_1 - i = 1,2,3,4, \ \varphi_1^2$$
(8)

Nodal displacements are treated as function quantities, which will be expanded into Taylor series in accordance with the formula: Przemieszczenia węzłowe traktujemy jako wielkości funkcyjne, które będą podlegały rozwinięciu w szereg Taylora według wzoru:

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = f(x, y) + \frac{\Delta f}{\Delta x}(x, y)\Delta x + \frac{\Delta f}{\Delta y}(x, y)\Delta y + \frac{1}{2}\frac{\Delta^2 f}{\Delta x^2}(x, y)\Delta x^2 + \frac{1}{2}\frac{\Delta^2 f}{\Delta x \Delta y}(x, y)\Delta x \Delta y + \frac{1}{2}\frac{\Delta^2 f}{\Delta y^2}(x, y)\Delta y^2$$
(9)

The types of functions expanded at the centre of the coordinate system (point (0,0)) have the form:

Typy funkcji rozwijanych względem początku układu współrzędnych (pkt (0,0)) mają postać:

$$f_1 = f(x - a, y - a), \quad f_2 = f(x - a, y + a), f_3 = f(x + a, y + a), \quad f_4 = f(x + a, y - a)$$
(10)

Expansions involved 45 functions and were quite time-consuming. A few exemplary characteristic expansions are given below:

Rozwinięcia dotyczyły 45 funkcji i były dość pracochłonne. Podajemy dla przykładu kilka charakterystycznych rozwinięć:

$$u_{1}(x-a, y-a) \cdot u_{1}(x-a, y-a) = u^{2}(x, y) - 2a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot u(x, y) - 2a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot u(x, y) + a^{2} \cdot \left(\frac{\partial u(x, y)}{\partial x}\right)^{2} + 2a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial x\partial y} \cdot u(x, y) + 2a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x\partial y} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} + a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + a^{2} \cdot \left(\frac{\partial u(x, y)}{\partial y}\right)^{2}$$

$$u_{1}(x-a, y-a) \cdot v_{1}(x-a, y-a) = u(x, y) \cdot v(x, y) - a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot v(x, y) - a \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \cdot u(x, y) + \\ -a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot v(x, y) - a \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial x^{2}} \cdot v(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} + \\ + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial x^{2}} \cdot u(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot u(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot v(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} + \\ + a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} + a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot v(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2$$

$$v_{1}(x-a, y-a) \cdot u_{3}(x+a, y+a) = v(x, y) \cdot u(x, y) - a \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} \cdot u(x, y) + a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot v(x, y) + - a \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} \cdot u(x, y) + a \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot v(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial x^{2}} \cdot u(x, y) - a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} + + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial x^{2}} \cdot v(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot u(x, y) + a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot v(x, y) - a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} + - a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} - a^{2} \cdot \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x, y)}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial v^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot u(x, y) + \frac{1}{2} \cdot a^{2} \cdot \frac{\partial u^{2}(x, y)}{\partial y^{2}} \cdot v(x, y) +$$

The rotation was made dependent on the displacement Obrót uzależniono od przemieszczenia, zgodnie ze wzorem:

$$\varphi = -\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{11}$$

STFUC

$$\begin{split} \varphi_{1}(x-a,y-a) \cdot v_{4}(x+a,y-a) &= -\frac{\partial u(x,y)}{\partial y} \cdot v(x,y) + \frac{\partial v(x,y)}{\partial x} \cdot v(x,y) + a \cdot \frac{\partial u^{2}(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot v(x,y) + \\ &- a \cdot \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x,y)}{\partial x} - a \cdot \frac{\partial v^{2}(x,y)}{\partial x^{2}} \cdot v(x,y) + a \cdot \left(\frac{\partial v(x,y)}{\partial x}\right)^{2} + a \cdot \frac{\partial u^{2}(x,y)}{\partial y^{2}} \cdot v(x,y) + \\ &+ a \cdot \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x,y)}{\partial y} - a \cdot \frac{\partial v^{2}(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \cdot v(x,y) - a \cdot \frac{\partial v(x,y)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v(x,y)}{\partial y} \\ \varphi_{1}(x-a,y-a) \cdot \phi_{1}(x-a,y-a) = \left(\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}\right)^{2} - 2 \cdot \frac{\partial u(x,y)}{\partial y} \cdot \frac{\partial v(x,y)}{\partial x} + \left(\frac{\partial v(x,y)}{\partial x}\right)^{2} \end{split}$$

Using formula from Table 1 and then formula (5), the expression for the mean value of the elastic strain energy is finally derived. It takes on the following form:

Postępując zgodnie z tabelą 1, a następnie z formułą (5) wyrażenie na średnią wartość energii sprężystej przybiera postać:

$$\tilde{U}_{o} = \frac{1}{2} \frac{Et}{1 - v^{2}} \left[\varepsilon_{x}^{2} + 2v \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \left(\frac{1 - v}{2}\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(0.03 - 0.0125v\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(\frac{1 + v}{8}\right) \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y}\right) \gamma_{xy} \right]$$
(12)



Checking the correctness with the use of energy criterion is performed on 1R3H element with a rigid nodal point at the fourth node (Fig. 4). The final form of the mean value of the elastic strain energy (13) is obtained following the same assumptions as



Sprawdzeniu poprawności na podstawie kryterium energetycznego poddajemy element 1R3H ze sztywną inkluzją w węźle 4 (rys. 4). Ostateczną postać średniej wartości energii sprężystej (13) otrzymujemy na podstawie tych samych założeń jak dla pofor the element that has been investigated previously, with the only difference being a rotational degree of freedom, this time located at the fourth node.

tructure

przednio badanego elementu, jedyną różnicę stanowi rotacyjny stopień swobody, tym razem usytuowany w węźle czwartym.

$$\tilde{U}_{o} = \frac{1}{2} \frac{E t}{1 - v^{2}} \left[\varepsilon_{x}^{2} + 2v \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \left(\frac{1 - v}{2}\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(0.03 - 0.0125v\right) \gamma_{xy}^{2} - \left(\frac{1 + v}{8}\right) \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y}\right) \gamma_{xy} \right]$$
(13)

Following the algorithm above, the expressions for the mean value of the elastic strain energy of 2R2H element (Fig. 5) (14) and 4R element (Fig. 6) (15) are determined.

Postępując według powyższego algorytmu, wyznaczone zostały wyrażenia na średnią wartość energii sprężystej elementu 2R2H (rys. 5) (14) oraz elementu 4R (rys. 6) (15).



$$\begin{array}{c} \varphi_{1}, M_{1} & v_{1}, V_{1} & v_{4}, V_{4} & \varphi_{4}, M_{4} \\ & & & x, \xi, u \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 1, U_{1} & 10, 0 \\ \downarrow & & 10, 0$$

$$\tilde{U}_{o} = \frac{1}{2} \frac{E t}{1 - \nu^{2}} \left[\varepsilon_{x}^{2} + 2\nu \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \left(\frac{1 - \nu}{2}\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(0.05 - 0.05\nu\right) \gamma_{xy}^{2} \right]$$
(15)

4. Discussion

All the expressions obtained above do not give, in the boundary transition, the exact density of the elastic strain energy of the membrane state because they contain additional terms that result from assuming rotational degrees of freedom. Thus, 1R3H, 2R2H and 4R elements are not, as could be expected, correct with respect to energy when compared with 4H elements.

4. Rezultaty badań, dyskusja

Wszystkie otrzymane powyżej wyrażenia nie dają w przejściu granicznym ścisłej gęstości energii sprężystej stanu tarczowego, zawierają bowiem dodatkowe człony wynikające z założenia obrotowych stopni swobody. Zatem elementy: 1R3H, 2R2H, 4R nie są, czego należało oczekiwać elementami poprawnymi, w sensie energetycznym z elementami 4H. The analysis of the term $\left(\frac{1+\nu}{8}\right)(\varepsilon_x + \varepsilon_y)\gamma_{xy}$ in expressions (12) and (13) for 1R3H element seems interesting. The terms have opposite signs, which can be attributed to the opposite signs of linear strains, at the assumption on unit rotations at rigid nodes (Fig. 7).

Analiza członu $\left(\frac{1+\nu}{8}\right)(\varepsilon_x + \varepsilon_y)\gamma_{xy}$ w wyrażeniach (12) i (13) w elemencie 1R3H wydaje się być interesująca. Człony te mają przeciwne znaki, co możemy wytłumaczyć przeciwnymi zwrotami odkształceń liniowych, zakładając jednostkowe obroty w sztywnych węzłach (rys. 7).



Fig. 7. Linear strains in 1R3H element Rys. 7. Odkształcenia liniowe w elemencie 1R3H

On the basis of Figure 7, it can be stated that imposing unit rotation on the first node results in the elongation of fibres along the *x* axis, and at the same time shortening of the fibres along the *y* axis. When, however, unit rotation is imposed on the fourth node, the fibres along the *x* axis are shortened, whereas those along the *y* axis are elongated. If elongation is marked with a plus sign (+) and shortening is marked with a minus sign (-), unit rotations produce opposite signs of linear strains, which entirely explains difference in signs for the term

 $\left(\frac{1+\nu}{8}\right)\left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right)\gamma_{xy}$ in the expressions describing the mean value of the elastic strain of 1R3H element. It should also be noted that the term mentioned above is not found in expressions (14), (15), which results from a symmetric number of the nodes of the same type in 2R2H and 4R elements.



$$\left(\frac{1+\nu}{8}\right)\left(\varepsilon_x+\varepsilon_y\right)\gamma_{xy}$$

różnicę znaków przy członie $\binom{8}{8}^{(c_x + c_y)/r_{xy}}$ w wyrażeniach na średnią wartość energii sprężystej elementu 1R3H. Należy również zwrócić uwagę, że ww. człon nie występuje w wyrażeniach (14), (15), wynika to z symetrycznej liczby tego samego rodzaju węzłów w elemencie 2R2H oraz 4R.



Fig. 8. Linear strains in 4R element Rys. 8. Odkształcenia liniowe w elemencie 4R

For two or four rigid nodes in an element, linear strains resulting from unit rotations reduce each other, (e.g., cf. Figure 8).

structure

In order to assess the mean numerical value of the elastic strain energy of the transition elements examined in the study in comparison with the density of the elastic strain energy in the membrane state, the experimental data from Kapkowski and Stupnicki's work [17] is used. The authors employed the active covering method to determine the boundaries of plastic areas for elements with a hole, subjected to tension. Specimens made of PA-7 alloys were initially deformed to obtain elastic-plastic material characteristics with a slight enhancement. The specimen cross-section was weakened with a square hole. The strain distribution was determined by assuming isochromating images to be the output data. As strains in the investigated material were the same as in the plastic bonded to it:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = mf \tag{16}$$

where: ε_1 , ε_2 – major strains, m – order of the isochrome, f – value of the isochrome.

It was assumed from the experiment: m = 5.63, $f = 1.1 \cdot 10^{-3}$.

The strain distribution ε_x , ε_y , ε_{xy} was determined in the zone adjacent to the axis of the least section from equation (16) of the expressions below and:

$$\sigma_1 = \frac{\upsilon E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{E}{(1+\upsilon)} \varepsilon_1 \quad (17)$$

where: $\sigma_1 = 0.3\sigma_{pl} = 101.8$ MPa, $\sigma_{pl} = 339.32$ MPa – yield point, E = 70.61 GPa, v = 0.3.

$$e = \frac{\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}{2} \tag{18}$$

$$\varepsilon_x = e + \frac{1}{2}mf\cos 2\varphi \tag{19}$$

$$\varepsilon_y = e - \frac{1}{2} mf \cos 2\varphi \tag{20}$$

$$\gamma_{xy} = -mf\sin 2\varphi \tag{21}$$

where: $\varphi = 22.5^{\circ}$ – the angle of the main directions of the strain state.

In view of the above, strains take on the following values:

$$\varepsilon_x = 0.0017, \ \varepsilon_y = -0.0027, \ \gamma_{xy} = -0.0044$$

W przypadku dwóch lub czterech sztywnych węzłów w elemencie, odkształcenia linowe, wynikające z jednostkowych obrotów, wzajemnie się redukują, (np. por. rys. 8).

By ocenić wartość liczbową średniej wartości energii sprężystej zaproponowanych elementów przejściowych w stosunku do gęstości energii sprężystej stanu tarczowego, posłużymy się danymi doświadczalnymi z pracy Kapkowskiego i Stupnickiego [17]. Autorzy zastosowali metodę pokryć czynnych do wyznaczenia granicy obszarów plastycznych dla rozciąganych elementów z otworem. Próbki wykonane ze stopów PA-7 były wstępnie odkształcane dla uzyskania charakterystyki materiału sprężysto-plastycznego z niewielkim wzmocnieniem, ich przekrój osłabiony został otworem kwadratowym. Rozkład odkształceń wyznaczono poprzez przyjęcie obrazu izochrom jako danych wyjściowych. Ponieważ odkształcenia w badanym materiale były takie same jak w przyklejonym doń plastyku, to:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = mf \tag{16}$$

gdzie: ε_1 , ε_2 – główne odkształcenia, m – rząd izochromy, f – wartość izochromy.

Z doświadczeń przyjęto: $m = 5,63, f = 1,1 \cdot 10^{-3}$. Rozkład odkształceń $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ wyznaczono w obszarze przyległym do osi najmniejszego przekroju z równań: (16) poniższych wyrażeń oraz:

$$\sigma_1 = \frac{\upsilon E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{E}{(1+\upsilon)} \varepsilon_1 \quad (17)$$

where: $\sigma_1 = 0.3\sigma_{pl} = 101.8$ MPa, $\sigma_{pl} = 339.32$ MPa – yield point, E = 70.61 GPa, v = 0.3.

$$e = \frac{\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)}{2} \tag{18}$$

$$\varepsilon_x = e + \frac{1}{2} mf \cos 2\varphi \tag{19}$$

$$\varepsilon_y = e - \frac{1}{2} m f \cos 2\varphi \tag{20}$$

$$\gamma_{xy} = -mf\sin 2\varphi \tag{21}$$

gdzie: $\varphi = 22,5^{\circ} - k$ ąt kierunków głównych stanu odkształcenia.

Wobec powyższego odkształcenia przyjmują następujące wartości:

$$\varepsilon_x = 0.0017, \ \varepsilon_v = -0.0027, \ \gamma_{xv} = -0.0044$$

Having considered the strain values above, numerical values of the elastic strain energy density are estimated:

- classical membrane element $\tilde{U}_{o} = 0.557 \,\mathrm{MPa}$,
- 1R3H transition element $\tilde{U} = 0.605$ MPa,
- 2R2H transition element $\tilde{U} = 0.576$ MPa,
- 4R transition element U 0.583 MPa.

When nodal geometric parameters are given unit values, the values of the elastic strain energy density should follow the following pattern: the least energy is stored in 4H element. Subsequently, the values of the energy density should increase with the number of rotational degrees of freedom applied, i.e., the stiffer the element is, the more energy it stores. Such a regularity can be observed in 2R2H and 4R elements. 1R3H element, however, does not show that pattern, because the energy density expression contains the

term $\pm \left(\frac{1+\nu}{8}\right) (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \gamma_{xy}$, which depending on the rigid nodal point location, either increases or decreases this value. A similar behaviour is observed, when the expression is derived for the mean elastic strain energy in an element which has three rigid and one hinge nodes (3R1H), (cf. Fig. 9). The expression takes on the form:

$$\tilde{U}_{o} = \frac{1}{2} \frac{E t}{1 - v^{2}} \bigg[\varepsilon_{x}^{2} + 2v \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \bigg(\frac{1 - v}{2}\bigg) \gamma_{xy}^{2} + (0.05 - 0.033v) \gamma_{xy}^{2} - \bigg(\frac{1 + v}{8}\bigg) \bigg(\frac{1 - v}{8}\bigg)\bigg(\frac{1 - v}{8}\bigg)\bigg(\frac$$

If the hinge node is located at node 1 or 3, and if the hinge node is located at node 2 or 4:

 $\tilde{U}_{o} = \frac{1}{2} \frac{Et}{1-v^{2}} \left[\varepsilon_{x}^{2} + 2v \varepsilon_{x} \varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \left(\frac{1-v}{2}\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(0.05 - 0.033v\right) \gamma_{xy}^{2} + \left(\frac{1+v}{8}\right) \left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y}\right) \gamma_{xy} \right]$

3R1H element (Fig. 9) is not applied to structure modelling. The stiffness matrix for the element was built only in order to check the expression for the mean elastic strain energy in comparison with 1R3H element, due to asymmetric number of nodes of the same type and the effect of the number of rotational degrees of freedom on this expression.

Percentages of numerical values of the elastic strain energy density in the transition elements discussed above, in comparison with the classical membrane element are as follows:

- 1R3H transition element (rigid nodal point at the first node) - 8.62%,

Biorac pod uwagę powyższe wartości odkształceń, oszacowane zostały wartości liczbowe gęstości energii sprężystej:

structure

- klasyczny element tarczowy $\tilde{U}_{o} = 0,557$ MPa,
- przejściowy element 1R3H $\tilde{U} = 0.605$ MPa.
- przejściowy element $2R2H \tilde{U} = 0,576$ MPa,
- przejściowy element $4R \tilde{U} = 0,583$ MPa.

Gdy geometrycznym parametrom węzłowym nadajemy wartości jednostkowe, to wartości gęstości energii sprężystej powinny układać się w sposób następujący: otóż najmniejszą energię gromadzi element 4H, następnie wartości gęstości energii powinny wzrastać wraz z liczba przyłożonych obrotowych stopni swobody, czyli im bardziej "sztywny" element tym więcej energii gromadzi. Jednak w przebadanych elementach tak się nie dzieje, ponieważ wyrażenie na gęstość energii elementu 1R3H zawiera człon

 $\pm \left(\frac{1+\nu}{8}\right) \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right) \gamma_{xy}, \text{ który w zależności od umiej-}$ scowienia sztywnej inkluzji zwiększa lub zmniejsza tę wartość. Podobnie rzecz się ma, jeśli wyznaczymy wyrażenie na średnią wartość energii sprężystej elementu, w którym występują trzy węzły sztywne i jeden przegubowy (3R1H) (por. rys. 9). Wyrażenie to przybiera postać:

$$\varepsilon_{y} + \varepsilon_{y}^{2} + \left(\frac{1-\nu}{2}\right)\gamma_{xy}^{2} + \left(0.05 - 0.033\nu\right)\gamma_{xy}^{2} - \left(\frac{1+\nu}{8}\right)\left(\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y}\right)\gamma_{xy} \right] \quad (22)$$

Jeżeli węzeł przegubowy znajduje się w węźle 1 lub 3 oraz jeżeli węzeł przegubowy znajduje się w węźle 2 lub 4, to otrzymujemy:

(23)Element 3R1H (rys. 9) nie ma zastosowania

w modelowaniu konstrukcji. Macierz sztywności tego elementu została zbudowana tylko w celu sprawdzenia wyrażenia na średnią wartość energii sprężystej w stosunku do elementu 1R3H z uwagi na niesymetryczną liczbę węzłów tego samego rodzaju i wpływ liczby rotacyjnych stopni swobody na to wyrażenie.

Jeśli chodzi o procentowy udział wartości liczbowych gęstości energii sprężystej ww. elementów przejściowych w stosunku do klasycznego elementu tarczowego, to przedstawia się on następująco:

- przejściowy element 1R3H (sztywna inkluzja w węźle pierwszym) - 8,62%,



- 2R2H transition element 3.41%,
- 4R transition element 4.67%.



5. Conclusions

All expressions obtained for the mean value of the elastic strain energy in non-standard elements do not give, in boundary transition, the exact density of the elastic strain energy of the membrane state. It happens so because they contain additional terms that result from the assumption on additional degrees of freedom. Therefore, 1R3H, 2R2H, 4R are not, as one could expect, correct elements with respect to energy when compared with 4H elements. The values of the elastic strain energy density, however, demonstrate some kind of regularity. 4H element stores the least energy. Then, the energy density values grow with the number of rotational degrees of freedom applied, which means the "stiffer" the element is, the more energy is stored in it. Such a pattern is observed in 2R2H and 4R elements. The regularity does not hold for 1R3H element because of the term

 $\pm \left(\frac{1+\nu}{8}\right) (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \gamma_{xy}$ found in the expression for energy density. Depending on where the rigid nodal point is located, the term either increases or decreases the energy value. Non-standard finite elements can be used in calculations because they satisfy two conditions necessary to produce convergent results, namely the condition of rigid motion and the condition of constant strain. Additionally, the continuity of displacements along the boundary is maintained in 4R, i.e. it is an adjusted element.

- przejściowy element 2R2H 3,41%,
- przejściowy element 4R 4,67%.

Fig. 9. 3R1H element with rotational degrees of freedom at the first, second and fourth nodes Rys. 9. Element 3R1H z rotacyjnymi stopniami swobody w węzłach 1, 2 i 4

5. Podsumowanie

Wszystkie otrzymane wyrażenia na średnią wartość energii sprężystej niestandardowych elementów skończonych nie dają w przejściu granicznym ścisłej gęstości energii sprężystej stanu tarczowego, zawierają bowiem dodatkowe człony wynikające z założenia obrotowych stopni swobody. Zatem elementy: 1R3H, 2R2H, 4R nie są, czego należało oczekiwać elementami poprawnymi, w sensie energetycznym z elementami 4H. Gdy geometrycznym parametrom węzłowym nadajemy wartości jednostkowe, to wartości gęstości energii sprężystej powinny układać się w sposób następujący otóż najmniejszą energię gromadzi element 4H, następnie wartości gęstości energii powinny wzrastać wraz z liczbą przyłożonych obrotowych stopni swobody, czyli im bardziej "sztywny" element, tym więcej energii gromadzi. Jednak w przebadanych elementach tak się nie dzieje, ponieważ wyrażenie na gęstość energii elementu 1R3H za-

wiera człon $\pm \left(\frac{1+\nu}{8}\right) (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \gamma_{xy}$, który w zależności od umiejscowienia sztywnej inkluzji zwiększa lub zmniejsza tę wartość. Jednak mogą być stosowane w obliczeniach, ponieważ spełniają dwa warunki konieczne do uzyskiwania zbieżności wyników, a mianowicie: warunek ruchu sztywnego i warunek stałych odkształceń. Ponadto w elemencie 4R zachowana jest ciągłość przemieszczeń wzdłuż brzegu, tzn. że jest on elementem dostosowanym.

References

- [1] Gupta A.K., A finite element for transition form a fine to coarse grid, Int. Jour. Num. Meth. Eng. 12, 1978, pp. 35-45.
- [2] Jeyachandrabose C., Kirkhope J., Construction of transition finite elements for the plane triangular family, Com.&Struct. 18, 1984, pp. 1127-1134.
- [3] Allman D.J., *Evaluation of the constant strains triangle with drilling rotations*, Int. J. Num. Meth. Engrg. 26, 1988, pp. 2645-55.
- [4] Bergan, P.G., C.A. Fellipa, *A triangular membrane element with rotational degrees-of-freedom*, Comp. Meth. Appl. Engrg., 50, 1985, pp. 25-69.
- [5] Cook R.D., A plane hybrid element with rotational D.O.F. and adjustable stiffness, Int. J. Num. Meth. Engrg. 24, 1987, pp. 1499-1508.



- [6] Hughes T.J.R., Brezzi F., On drilling degrees-of-freedom, Comp. Meth. Appl. Engrg., 72, 1989. pp. 105-121.
- [7] Chinosi C., Comodi M.J., Sacchi G., *A new finite element with "drilling" D.O.F.*, Comp.Meth.Appl.Engrg., 149, 1997, pp. 1-11.
- [8] Rakowski G., Frame membrane transition elements (in Polish), XLI Scientific Conference of the Committee of Civil and Water Engineering of the Polish Academy of Sciences and the Science Committee of the Polish Association of Civil Engineers and Technicians Krynica'95, Structure theory, 1995, pp. 157-163.
- [9] Rakowski G., Finite Element Method selected issues (in Polish), OWPW, Warszawa 1996.
- [10] Rakowski G., New frame membrane transition (in Polish), XLVI Scientific Conference of the Committee of Civil and Water Engineering of the Polish Academy of Sciences and the Science Committee of the Polish Association of Civil Engineers and Technicians - Krynica, 2000, pp. 153-160.
- [11] Laskowska U., *Transition elements with rotational degrees of freedom (in Polish)*, II Scientific Conference of Civil Engineering doctoral candidates, Gliwice-Wisła, 2001, pp. 269-276.
- [12] Pawlak-Laskowska U., Non-standard finite elements in structure modelling (in Polish), doctoral theses, Kielce 2005.
- [13] Gilewski W., Correctness of plate-bending element with physical shape functions, Finite Element News, Issue 3 (June), 1993, pp. 29-34.
- [14] Gilewski W., Best shape functions in static, dynamic and stability analyses of medium thickness beams (in Polish), Theoretical Foundations of Civil Engineering X, OWPW, Warszawa, 2002, pp. 913-920.
- [15] Rakowski J., *The Interpretation of Shear Locking Phenomenon in the Example of Timoshenko Beam (in Polish)*, IX Polish Conf. Meth. In Mechanics, Rytro 1989.
- [16] Rakowski J., A Critical Analysis of Quadratic Beam Finite Elements, Inf. Jour. Num. Meth. Engrg., 31, 1991, pp. 949-966.
- [17] Kapkowski J., Stupnicki J., Investigations into elastic-plastic 2D states of stress with optically active covering method (in Polish), Archiwum Budowy Maszyn, series 1, vol. XVIII, 1971.

environment environment



ANATOLIY PAVLENKO Kielce University of Technology e-mail: apavlenko@tu.kielce.pl

KOSHLAK HANNA Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas e-mail: annready@yandex.ua

CALCULATION OF HEAT TRANSFER IN FLUID AROUND GAS-VAPOUR BUBBLES

Abstract

In this paper the mathematical model for calculating heat transfer in the fluid that surrounds the oscillating gas – steam bubble. The mathematical model takes into account the changing thermal and physical characteristics the liquid, changing the size of bubbles, heat exchange processes at its border.

Keywords: heat transfer coefficient, dispersed phase, mathematical model, heat transfer

1. Introduction

There are a number of technological processes which are based on the use of gas-vapor bubbles, surface cleaning, cavitation, homogenization fuel mixing colloidal solutions, water degassing, distillation of petroleum products, foaming in the food industry and in the manufacture of thermal insulation materials, transportation of natural gas as a hydrate and many others. Typically the formation and existence of gasvapor bubbles accompanied by intense heat and mass transfer processes at phase interface. The small size surfaces and speed these processes led to the widespread use of mathematical modeling for their research. Mathematical models can determine the most influential factors and optimize technological processes. To be able to describe the various hydrodynamic, heat exchange and mass transfer processes mathematical model should adequately take into account the thermal treatment of fluid that surrounds the gas-vapor bubble.

1.1. Overview of recent sources of research and publications

For consideration of heat exchange processes on the boundary of separation medium mathematical model of gas-vapor bubbles should contain equations describing the heat transfer of fluid in the environment. In [1] the temperature of the liquid is described by an exponential function, which is independent of the time direction of the wall of bubbles. Some authors take the temperature of the liquid constant [2, 3], and thermodynamic processes in gas-vapor environment of bubbles of adiabatic. However, these assumptions are possible only to a very limited group of tasks. In works [4, 5] the analytical solution of the problem of unsteady heat conduction in the layer of fluid that surrounds oscillating bubbles. For obtain solutions, the author asked the following simplifying assumptions: finite liquid layer in which there heat exchange processes and parabolic nature of the temperature distribution in the thickness of this layer. Because of these assumptions in solving this problem solution is obtained in which the heat exchanger of fluid layer, equal to the radius of the bubbles and is not dependent on thermal and physical characteristics of fluid. In work [6] process of heat transfer in the liquid is not considered, and its temperature is determined only on the basis of the combined boundary conditions. Some authors [7] consider heat exchange of fluid layer is so thin that the curvature of the surface of bubbles cannot be ignored.

1.2. Selection not solved earlier of parts the general problem

To improve the accuracy of mathematical models of gas-vapor bubbles must be considered in the process of heat transfer fluid surrounding the gasvapor bubble. The features of this problem is the movement of the walls of bubbles, the rate of which, in certain moments of time can be up to several

hundred meters per second. Temperature mode of gas inside the bubbles also varies widely. Consequently, the thermophysical characteristics of fluid on the boundary of the bubble can also significantly vary.

1.3. Problem statement

The aim of this work is to create a digital mathematical model of heat transfer in the fluid around the vapor bubbles which changes its size. The liquid should be variable thermophysical characteristics.

2. Basic material and results

For the development of mathematical models of heat transfer fluid used in the following simplifying assumptions:

- gas-vapor bubble has a spherical shape;
- near the surface bubbles given boundary conditions of the second kind.

To determine the temperature on the inner surface of the bubbles should be considered in the process of heat transfer fluid. It is done by heat conduction and convection. To calculate of heat transfer by heat conduction usually used Fourier heat equation. To take account of convection can be effective coefficient of thermal conductivity.

We denote by xx coordinate at which changes the radius of bubbles. To determine the unknown temperature on the surface bubbles can apply nonlinear heat equation Fourier bullet considering the mobility of its walls [1]

$$\frac{\partial \left(\rho_r c_r T_{(x,\tau)}\right)}{\partial \tau} + \dot{x} \frac{\partial \left(\rho_r c_r T_{(x,\tau)}\right)}{\partial x} =$$

$$= \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_r x^2 \frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial x}\right)$$
(1)

where: \dot{x} – the rate of change of the radius bubbles, m/s; λ_r – effective coefficient of thermal conductivity of fluid, W/(m°C); c_r – heat capacity of fluid, J/ (kg°C); ρ_r – density, kg/m³. Given the continuity of flow conditions when through any surface bullet of radius **x** per unit time is the same mass of liquid $\rho_r \dot{x} 4\pi x^2 = \rho_r \dot{R} 4\pi R^2$, equation (1) can be written as

$$\frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial \tau} =$$

$$= \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda_r}{\rho_r c_r} x^2 \frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial x} - \dot{R}R^2 T_{(x,\tau)} \right)$$
(2)

As a result of heat exchange processes in the border of bubbles liquid may change its thermophysical characteristics, so the problem will be solved as nonlinear.

Considering the fact that bubbles near the surface known specific heat flux (q), write the boundary condition of the second kind

$$-\lambda_r \frac{\partial T}{\partial x}(x=R,\tau) = q \tag{3}$$

To describe the thermal conductivity in the liquid around the bubbles divide layer of liquid that surrounds bubble to a number of concentric shells. Define mass distribution of each shell

$$m_{r(2)} = 2K_r m_{r(1)}$$
$$m_{r(i)} = K_r m_{r(i-1)}$$

where: $m_{r(1)}$ – mass shell 1st (inner) layer; $m_{r(i)}$ mass each of the next shell; K_r – coefficient of proportionality. This coefficient is used to optimize its calculations and typical values are within 1.5÷2. He is chosen so as to achieve maximum speed calculations for a given accuracy.

Determine the temperature on the inner surface of the first (inner) shell. Then, in the inner shell, which has a boundary condition differential equation will have the form

$$m_{r(1)}c_{r(1)}\frac{dT_{(R,\tau)}}{d\tau} =$$

$$= -F_{R}q - \frac{4\pi\lambda_{r(1)}\left(T_{(R,\tau)} - T_{(R+\delta 1)}\right)}{\frac{1}{r_{(R)}} - \frac{1}{r_{(R+\delta 1)}}}$$
(4)

For ease of calculation denote

$$K_{1} = \frac{\lambda_{r(1)}}{\frac{1}{r_{(R)}} - \frac{1}{r_{(R+\delta 1)}}} = \frac{\lambda_{r(1)}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R+\delta 1}}$$
(5)

Now the differential equation that determines the temperature on the surface of the inner layer of bubbles is of the form

$$\frac{dT_{(R,\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi}{m_{r(1)}c_{r(1)}} \left(-R^2q - K_1\left(T_{(R,\tau)} - T_{(R+\delta 1)}\right)\right)$$
(6)

In the absence of mass transfer processes mass of 1st layer remains intact, because

$$m_{r(1)} = \frac{4}{3}\pi\rho_{r1}\left[\left(R+\delta 1\right)^3 - R^3\right] = \text{const}$$

Where can define the outer radius of the 1st shell

$$R + \delta 1 = \sqrt[3]{r_R^3 + \frac{3m_{r(1)}}{4\pi\rho_{r_1}}} = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3m_{r(1)}}{4\pi\rho_{r_1}}}$$
(7)

For all next shells can write the following equation

$$m_{r(i)}c_{r(i)}\frac{dT_{(x,\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi\lambda_r \left(T_{(i-1)} - T_{(i)}\right)}{\frac{1}{r_{(i-1)}} - \frac{1}{r_{(i)}}} - \frac{4\pi\lambda_r \left(T_{(i)} - T_{(i+1)}\right)}{\frac{1}{r_{(i-1)}} - \frac{1}{r_{(i)}}}$$
(8)

Given the of nonlinearity of problem difference of temperature adjacent layers easier to replace the temperature difference between the middle layer and its edges (borders)

$$\frac{dT_{(r_{i},\tau)}}{d\tau} = \frac{4\pi}{m_{r(i)}c_{r(i)}} \left(K_{3}\left(T_{(r_{i}-\delta i,\tau)} - T_{(r_{i},\tau)}\right) - K_{1}\left(T_{(r_{i},\tau)} - T_{(r_{i}+\delta i,\tau)}\right) \right)$$
(9)

The temperature at the external borders, *i*-th shell

$$T_{(r_i+\delta i,\tau)} = \frac{K_1 T_i + K_2 T_{i+1}}{K_1 + K_2} \tag{10}$$

The temperature on the inner border

$$T_{(r_i - \delta i, \tau)} = \frac{K_4 T_{i-1} + K_3 T_i}{K_4 + K_3}$$
(11)

The coefficients K_1 , K_2 , K_3 , K_4 determined by the following formulas:

$$K_{1} = \frac{\lambda_{r(i)}}{\frac{1}{r_{(i)}} - \frac{1}{r_{(i)} + \delta_{(i)}}}$$
(12)

$$K_2 = \frac{\lambda_{r(i+1)}}{\frac{1}{r_{(i)} + \delta_i} - \frac{1}{r_{(i+1)}}}$$
(13)

$$K_{3} = \frac{\lambda_{r(i)}}{\frac{1}{r_{(i)} - \delta_{(i)}} - \frac{1}{r_{(i)}}}$$
(14)

$$K_4 = \frac{\lambda_{r(i-1)}}{\frac{1}{r_{(i-1)}} - \frac{1}{r_{(i)} - \delta_i}}$$
(15)

Medium-radius *i*-th shell is given by

$$r_{(2)} = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3}{4\pi} \frac{m_{r(1)}}{\rho_{r1}} + \frac{3}{8\pi} \frac{m_{r(2)}}{\rho_{r2}}}$$
(16)

Since the mass of the first shell is not divided in half – for the 2nd shell radius is determined by the following formula

$$r_{(2)} = \sqrt[3]{R^3 + \frac{3}{4\pi} \frac{m_{r(1)}}{\rho_{r1}} + \frac{3}{8\pi} \frac{m_{r(2)}}{\rho_{r2}}}$$
(17)

The outer radius i-th shell

$$r_{(i)} + \delta_i = \sqrt[3]{r_{(i)}^3 + \frac{3m_{r(i)}}{8\pi\rho_{r(i)}}}$$
(18)

The inner radius *i*-th shell

$$r_{(i)} - \delta_i = \sqrt[3]{r_{(i)}^3 - \frac{3m_{r(i)}}{8\pi\rho_{r(i)}}}$$
(19)

For the solution of differential equations (6) and (9) the method of Runge-Kutta 4th order. In order to assess the adequacy of the developed mathematical model a computer program was written and performed a series of mathematical experiments.

<u>Output data.</u> The duration of estimated time interval of 100 ns. Time step 0.001 ns, specific heat flux 10 MW/m². The initial diameter of the bubbles 0.1 mm, initial temperature of the water +5°C. Calculated of layers 10, coefficient $K_r = 1.5$. Thermal conductivity, density and heat capacity of water held constant at temperature +5°C.

Figure 1 and 2 shows the results of calculation cooling wall bubbles constant specific heat flow conditions for increasing its radius of speeds $\dot{R} = 100$ m/s. In Figures 3÷4 also, the speed – 50 m/s. Obtained results show that during the compression of bubbles changing temperature conditions just closest to the interfacial boundary of layers of fluid. "Depth" heat wave penetration is about 0.1 the initial radius of bubbles. During the expanding bubbles changing temperature mode layers at a distance of more than 3 initial radius bubble. When reducing the size of bubbles decreases the total heat flow, resulting in slower heat exchange processes, Figure 3.



Fig. 1. Diagram of temperature fields in the water that surrounds bubble (phase transition in water is not considered). The calculation results for $\dot{R} = 100$ m/s



Fig. 2. The diagram radius changes in the calculated of layers at $\dot{R} = 100 \text{ m/s}$



Fig. 3. The diagram of temperature fields in the water that surrounds bubble (phase transition in water is not considered). The calculation results for $\dot{R} = 50$ m/s



Fig. 4. The diagram radius changes in the calculated of layers at $\dot{R} = 50$ m/s

3. Conclusions

Developed the mathematical model for calculating heat transfer in the fluid that surrounds the oscillating gas-steam bubble. The model takes into account the changing thermal and physical characteristics the liquid, changing the size of bubbles, heat exchange processes at its border. Created computer program for the calculation of this mathematical model. Obtained distribution of temperature fields in the liquid during the transition. The proposed calculation method can be used to determine the thermal and physical characteristics of fluid and vapor in a variety of technological processes related to boiling fluid cavitation and the formation of gas hydrates.

References

- Pavlenko A.M., Basok B.I., (2005), *Regularities of boiling-up of emulsified liquids*. Heat Transfer Research, volume 36, Issue 5, pp. 419-424.
- [2] Olenets M.O., Piotrowski J.Z., Stroy A.F., Mathematical description of heat transfer and air movement processes in convectional elements of a building's passive solar heating systems, Energy Procedia, Vol. 57, 2014, pp. 2070-2079.
- [3] Veretelnik T.I., Difuchin Y.N., Mathematical modeling of fluid flow cavitation in the chemical-technological system. Cherkasy State Technological University. Cherkassy: Visnik CSTU, 2008, №3, pp. 82-85.
- [4] Kulinchenko V.R., Zavjalov V.L., Misjura T.G. Preconditions of forming mathematical model - the basic position and the equation of motion of Rayleigh. Scientific works of the National University of Food Technologies. 2007. №22. p.36–41.
- [5] Pavlenko A.M., Basok B.I., *Heat Conduction of a Multi-Layer Disperse Particle of Emulsion*. Heat Transfer Research, 2005, Vol. 36, Nos.1&27, pp. 55-61.
- [6] Pavlenko A.M., Koshlak H.V., *The features of process control of formation of structure and properties of porous bodies*. Collection of scientific works of the National Metallurgical Academy of Ukraine. Dnepropetrovsk: Novaja ideologija, 2008, pp. 211-220.
- [7] Nigmatulin R.I., Habeev N.S., *The dynamics and heat and mass transfer of gas-vapor bubbles with the liquid*. Nekotorye voprosy mehaniki sploshnoj sredy.
 M.: Institute of Mechanics, Moscow State University, 1978, pp. 229–243.



ROMAN KLIMOV Dnieprovsk State Technical University, Ukraine e-mail: rklimov@yandex.ua

ANATOLIY PAVLENKO Kielce University of Technology e-mail: apavlenko@tu.kielce.pl

DISPERSED PHASE BREAKUP AT EMULSION BOILING

Abstract

In this paper we consider the breakup processes of the emulsion dispersed phase. The possibility of large droplets splitting by small ones under boiling water phase due to a sharp release of pressure is shown, we also take into account the force impact of one drop on the another, based on the instability criteria of Bond and Weber. It is indicated the applicability of the model to determine the processes of displacement, deformation or breakup of inclusions of dispersed phase.

Keywords: heat transfer coefficient, turbulence level, dispersed phase

1. Introduction

The processes of breakup and deformation of the dispersed phase is considered by many researchers [1-7], but these data require further study, which will determine the most profitable in economic and environmental terms parameters for their implementation.

The classical theory of drops deformation and destruction depending on the turbulence level belongs to [3]. He considered this process as a result of realization of a large number of random events and on the basis of the probability theory he obtained the logarithmic drops distribution basing on the drops size. In general, the problem of breakup of liquid dispersions in a continuous medium is divided into two [3-5]: liquid droplets breakup in the emulsions and gas streams. When considering these processes the drop stability to the effecting forces is important, as these forces tend to destroy it. In most cases presented in references calculations are based on Bond and Weber criteria [1-4, 9], i.e. they consider only the Rayleigh-Taylor and Kelvin-Helmholtz instability, which are more specific for emulsification or destabilization of dispersed media. The droplets breakup and deformation processes while moving in a liquid are described in [3-5]. However, the existing models do not consider the breakup process of the secondary fluid with taking into account the formation of vapor layer at the boundary between the two phases as well as the force interaction regarding several simultaneously boiling particles of dispersed phase [8, 10, 11]. The vapor cavity formation is assumed to be homogeneous and only the maximum dynamic effects are considered, while the destruction of the dispersed phase can occur at any time due to the fact that the hydrodynamic environment even in the vicinity of two growing bubbles is undefined and if a particle of the dispersed phase is at some distance from these bubbles (or between them at a certain distance), then the effect of the particle breakup will be on reaching the maximum force that will exceed a critical value, calculated by Weber or Bond criteria, but it won't necessarily be equal to maximum which can act in this system. The process becomes even more complicated and requires further study if we consider the breakup process of dispersed phase which begins to boil by itself.

2. Statement of a problem

In accordance with Weber and Bond criteria [1-4, 9], the main factors determining the fragmentation of the dispersed phase are respectively: speed (relative speed) w and acceleration g influencing a given particle. The speed at any point of volume in the vicinity of the growing or imploded steam room can be determined by the ratio

$$w(r) = \frac{w_R R^2}{r^2} \tag{1}$$

where: w_R – radial velocity motion of interface between oil-steam, m/s; R – radius of the particle, m; r – radius vector, m.

The acceleration distribution in the vicinity of the bubble is determined by ratio

$$g(r,\tau) = \frac{dw(r,\tau)}{d\tau} = \frac{\partial w(r,\tau)}{\partial \tau} + w(r,\tau)\frac{\partial w(r,\tau)}{\partial r} \quad (2)$$

Considering equation (1)

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} = \frac{dw_R}{d\tau} \frac{R^2}{r^2} + 2\frac{w_R^2 R}{r^2} \qquad \frac{\partial w}{\partial r} = -\frac{2w_R R^2}{r^3} \qquad (3)$$

Insert (3) in (2) and we get

$$g(r,\tau) = \frac{1}{r^2} \left[\frac{dw_R}{d\tau} R^2 + 2w_R^2 R - \frac{2w_R^2 R^4}{r^3} \right] \quad (4)$$

Then, taking into account the Rayleigh-Plesset equation [4] we can get

$$g(r,\tau) = \left(p_R - p_{\infty} + 0.5w_R^2 \rho_i - \frac{2\rho_i w_R^2 R^3}{r^3}\right) \frac{R}{\rho_i r^2} \quad (5)$$

where p_R – pressure of interface between oil-steam, Pa; p_{∞} – infinity pressure, Pa; ρ_i – oil density, kg/m³.

The results of calculations according to the equation (5) are shown in Figure 1.



Fig. 1. Acceleration distribution in the vicinity of the steam layer while its growth for $R_{10} = 100 \ \mu\text{m}$, $t_0 = 180^{\circ}\text{C}$, $p_{\infty} = 10^5$ Pa at different time points: $1 - 10^{-6}$ s; $2 - 1.5 \cdot 10^{-6}$ s; $3 - 2.5 \cdot 10^{-6}$ s; $4 - 3.5 \cdot 10^{-6}$ s; $5 - 10^{-5}$ s

As can be seen from this figure at certain time points the acceleration ambiguously depends on the distance r: it can have a negative value on top-section of oil-steam in the heated emulsion, it increases with the increase of r, having reached the maximum, it decreases; and even at a distance which in four times greater than the droplet radius the acceleration exceeds the acceleration of gravity by many times. So we can conclude that the dispersed phase droplet, located at a distance several times greater than the radius of the particle, begins to boil and undergoes the influence of acceleration, causing a destabilizing effect of the droplet and at specific parameters (R, σ , g) the droplet may be destroyed.

Velocity w_R, m/s



Fig. 2. The dependence of velocity motion change of interface between oil-steam in time for different initial radius of droplets



Fig. 3. Dependence of motion acceleration change of interface between oil-steam in time for different initial radius of the droplets

Figure 2-3 presents combined graphs of velocity change of interface movements between the oil-steam and its acceleration at the initial temperature system

 $t_0 = 180$ °C for different initial droplet radius according to the model [6], taking into account the vapor phase growth in the volume of oil. These graphs show that the smaller the initial-radius of the droplets is the more intense is the rising vapor phase, i.e. the higher is the speed and acceleration of interface.

When droplets are of different radius, we can observe joint-maxim (minimum) speed (acceleration) as well as the significant difference between the data of speed (acceleration). Then, taking into consideration that the speed for different initial radii has different amplitude and frequency changes at the time, we can assume that at some time point it may appear the Kelvin-Helmholtz instability, and for accelerate – the Rayleigh-Taylor instability respectively.

Let us consider a system consisting of two different size of boiling droplets as a result of pressure relief at a distance h from each other (Fig. 4).

Define force interaction, which can lead to the instability state. From the consideration of Bond and Weber criteria [1, 2] with Rayleigh-Plesset equation it follows that the critical forces, leading to Rayleigh-Taylor and Kelvin-Helmholtz decomposability state are respectively equal

$$F_{Bo}^{cr} = 40\pi\sigma R_i \qquad F_{We}^{cr} = 30\pi\sigma R_i \tag{6}$$

where: σ – surface tension, N/m; *i* – particle number (*i* =1, 2).



Fig. 4. Breakup droplets model

Deformation and fragmentation of vapor layer and a water droplet in the water-oil emulsion may be due to different directions of the acceleration vector or of the velocity vector. Assume that the deformation, breakup or moving will occur only in the case when the acceleration vector has positive direction and notwithstanding it the velocity vector is also positive. We assume that the droplet $\mathbb{N} \cong 1$ (Fig. 4) is at zero point, and a droplet $\mathbb{N} \cong 2$ is at a distance *h* from the center of the first droplet, i.e. $x_1 = 0, x_2 = h$. Acceleration, trying to destroy the droplet interface N_{21} , is equal

$$g_{p_{1}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2} g_{i}; \ k_{1} \ge 0, k_{2} \ge 0, \\ -\sum_{i=1}^{2} g_{i}; \ k_{1} \le 0, k_{2} \le 0, \\ g_{2}; \ k_{1} < 0, k_{2} > 0, \\ -g_{2}; \ k_{1} > 0, k_{2} < 0, \end{cases}$$
(7)

where

$$g_{i} = k_{i} \frac{R_{i}(x_{i} - R_{1})}{\rho_{i} d_{i}^{3}} \qquad d_{i} = |x_{i} - R_{1}|$$
$$k_{i} = p_{R_{i}} - p_{\infty} + 0.5w_{R_{i}}^{2}\rho_{i} - \frac{2\rho_{i} w_{R_{i}}^{2}R_{i}^{3}}{d_{i}^{3}}$$

Then the force caused by acceleration or flow deceleration is

$$F_{Bo_{1}} = 4\pi \rho_{i} g_{p_{1}} R_{1}^{3}$$
(8)

Similarly, we can get the equation for the velocity

$$w_{p_{1}} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{2} w_{i}; \ w_{R_{1}} \ge 0, w_{R_{2}} \ge 0, \\ -\sum_{i=1}^{2} w_{i}; \ w_{R_{1}} \le 0, w_{R_{2}} \le 0, \\ w_{2}; \ w_{R_{1}} < 0, w_{R_{2}} > 0, \\ -w_{2}; w_{R_{1}} > 0, w_{R_{2}} < 0, \end{cases}$$
(9)

where

$$w_i = w_{R_i} R_i^2 \frac{\left(x_i - R_1\right)}{d_i^3}$$

Then the force of dynamic velocity pressure

$$F_{We_1} = 6\pi \rho_i R_1^2 \left| w_{p_1} \right| w_{p_1}$$
(10)

It is known that the capillary force F_{σ} regardless the droplets shape deformation is always directed so as to regain a spherical shape, i.e. so that the surface energy of Gibbs was minimal. Therefore, if a drop in the direction of its movement is deformed into an oblate ellipsoid, capillary force counteracts the external force. If it is deformed in elongated ellipsoid, the capillary force coincides with the direction of the external force. It follows that during the deformation the shape of elongated ellipsoid is unstable, while the shape of an oblate ellipsoid can be quasistable.

There may be a minimum of the capillary force. Let us assume that the minimum is determined by the Laplace force and corresponding the force is

$$F_{\sigma_1} = 8\pi\sigma R_1 \tag{11}$$

Thus, when external force exceeds the force F_{σ} the volume deformation will take place, when the forces are balanced – we observe the balance, and under $F_{\sigma} > F_{B\sigma'We}$ – the volume will repulse without deformation. The difference between $F_{B\sigma'We}$ and F_{σ} is

$$\Delta F_{Bo} = F_{Bo} - F_{\sigma} \qquad \Delta F_{We} = F_{We} - F_{\sigma} \qquad (12)$$

Considering the example with force, caused by acceleration or deceleration of the flow, it is possible to obtain following conditions: $F_{Bo} \ge 0 F_{Bo}^{cr} - \text{ for breakup; } \Delta F_{Bo} \ge 0 - \text{ for deformation; } \Delta F_{Bo} = 0 - \text{ for balance; and } \Delta F_{Bo} < 0 - \text{ for movement.}$

The system of equations (7)-(11) for particles $N \ge 2$, located at a distance *h* from the first particle is the following

$$g_{p_{2}} = \begin{cases} -\sum_{i=1}^{2} g_{i}; \ k_{1} \ge 0, k_{2} \ge 0, \\ \sum_{i=1}^{2} g_{i}; \ k_{1} \le 0, k_{2} \le 0, \\ g_{1}; \ k_{1} < 0, k_{2} > 0, \\ -g_{1}; \ k_{1} > 0, k_{2} < 0, \end{cases}$$

$$w_{p_{2}} = \begin{cases} -\sum_{i=1}^{2} w_{i}; \ w_{R_{1}} \ge 0, w_{R_{2}} \ge 0, \\ \sum_{i=1}^{2} w_{i}; \ w_{R_{1}} \le 0, w_{R_{2}} \le 0, \\ w_{1}; \ w_{R_{1}} < 0, w_{R_{2}} > 0, \end{cases}$$

$$(13)$$

where

$$g_{i} = k_{i} \frac{R_{i}(x_{i} - j)}{\rho_{i}d_{i}^{3}} \qquad w_{i} = w_{R_{i}}R_{i}^{2}\frac{(x_{i} - j)}{d_{i}^{3}}$$
$$d_{i} = |x_{i} - j| \qquad j = h - R_{2}$$
$$F_{Bo_{2}} = 4\pi\rho_{i}g_{p_{2}}R_{2}^{3}$$
$$F_{We_{2}} = 6\pi\rho_{i}R_{2}^{2}|w_{p_{2}}|w_{p_{2}}$$
$$F_{\sigma_{2}} = 8\pi\sigma R_{2}$$
(14)

 $|-w_1; w_{R_1} > 0, w_{R_2} < 0,$

3. The calculation results

For example let us consider two droplet of emulsion with $R_{10} = 100 \ \mu\text{m}$, and $R_{20} = 10 \ \mu\text{m}$, which are at different distances *h* from each other, at an initial temperature of 180°C (130°C) and the corresponding saturation pressure. At some time point the pressure is reduced to atmospheric pressure, thereby causing an intensive growth of the vapor phase at the interfaces of the oil-water boundary and the further growth of oil-steam boundary. We investigate how forces are changed causing displacement, deformation or breakup of the steam volume at the time at different distances between the droplets on the surface of the big and small drops. The calculation results are presented in Fig. 5-10.

The given data show that the greatest effect in the destruction of the droplets is caused by the instability like the Rayleigh-Taylor instability. In all of the shown cases instability plays a decisive role, while the instability, like the Kelvin-Helmholtz instability, is also observed (Fig. 9), but only after its dynamic effect will lead to the destruction of a large drop (from a comparison of Fig. 7) and as a consequence the destruction of small droplets will not happen. When distances aren't big (Fig.7-8) the destruction of the steam volume of a large drop will occur almost immediately after the pressure relieve. As the distance enlarges (Fig. 5-6), the time till destruction is also increasing, which should be expected, passing in the limit to infinity, if we do not consider the force interaction between the drops as they approach and contact surfaces. When the distance between the droplets is equal to 250 µm (Fig. 5), i.e. 2.5 times higher than the initial radius of the large drop, breakup will occur on the second peak of force fluctuating F_{Bo} , while at lower distances this is the first peak. When $\Delta F_{Bo,We} > 0$, $\Delta F_{Bo,We}$ we can observe that at this moment the volume displacement or deformation is possible. It is interesting that at the distance of 150 µm (Fig. 7, 9) small droplet is deformed before it crushes the larger one, while the larger drop will not even be deformed until this point. This can be explained by the fact that the processes of acceleration-deceleration of the interface of small droplets is much faster and the force deformation peak (Fig. 9) is due to a sharp slowdown of its interface, while the interface between the oil-vapor of a large drop still accelerates. It is also necessary to take into account the fact that a large flat surface (larger drop radius) creates larger influence area.



Fig. 5. Forces changes, influencing the droplet No1 (Fig. 4), at the time at $R_{10} = 100 \text{ } \mu\text{m}, R_{20} = 10 \text{ } \mu\text{m}, t_0 = 180^{\circ}\text{C}, p_{\infty} = 10^{5}\text{Pa},$ $h = 250 \text{ } \mu\text{m}$



enviro













Force $F \cdot 10^4$, N



As it is shown in Fig. 10 by reducing the initial temperature up to 130°C, even at a distance of 150 μ m, in general breakup or deformation effects are not observed. The calculation is found that the initial temperature reduction from 180°C to 130°C at the saturation pressure relief to atmospheric value, the data droplet radius result in a reduction of the maximum distance under which the breakup is still possible in \approx 3 times.

4. Conclusions

Presented in [9] photos of industrial emulsiontechnology media show the typical size and the distance between the dispersed particles. From these pictures it follows that the large and small droplets of emulsions are practically always closely located. Taking into consideration the specific relative droplet size and the distance between them it can be concluded that at the temperatures of 180°C and 130°C splitting will definitely occur. Of course, for this type of emulsions it is necessary to consider the effects occurring in the inverse emulsion inside the direct emulsion, as well as the question of steam layer formation time remains important. The droplets displacing also remains unclear, because it leads to the mutual movement of a water drop and steam, whereby the steam layer can be broken. Of course, the greatest dynamic force for estimated drops can be at their maximum approach. At larger distances it is possible to observe the steam disruption, at smaller





Fig. 10. Forces changes, influencing the droplet $N \ge 1$ (Fig. 4), at the time at $R_{10} = 100 \ \mu\text{m}, R_{20} = 10 \ \mu\text{m}, t_0 = 130^{\circ}\text{C}, p_{\infty} = 10^{5} \text{Pa},$ $h = 150 \ \mu\text{m}$

distances and high initial temperatures it is possible to observe water drops breakup. Drops boiling at different surfaces do not occur at the same time; even more intensive processes of breakup of the emulsion dispersed phase can be predicted.

In the whole, this model allows to consider the breakup process of large droplets of the dispersed phase with the neighboring of small droplets under different initial temperatures and the distances between them. The further improved model can carry out the calculations of droplets moving and merging.

References

- Pavlenko A.M., Basok B.I., *Heat Conduction of a Multi-Layer Disperse Particle of Emulsion*. Heat Transfer Research, 2005, Vol.36, Nos.1&27 pp. 55-61
- [2] Dolinskij A.A., Ivanickij G.K., *The Theoretical substantiation of the principle of discrete-impulse input energy*. The model of the dynamics of a single vapor bubble. Prom. teplotehnika. 1995. v.17, №5. pp. 3-28.
- [3] Шурчкова Ю.А., Малишевский Т.В. Анализ механизмов дробления капель при адиабатном вскипании и смешении дисперсных систем. // Пром. теплотехника. 2000. Т.22. №1. С. 17-23.
- [4] Иваницкий Г.К. *Разрушение капель эмульсии* в адиабатно вскипающих потоках // Пром. теплотехника. 1999. Т.21. №4-5, С.10-15.
- [5] Olenets M.O., Piotrowski J.Z., Stroy A.F., Mathematical description of heat transfer and air movement processes in convectional elements of a

building's passive solar heating systems, Energy Procedia, Vol. 57, 2014, pp. 2070-2079.

- [6] Pavlenko A.M., Basok B.I., (2005). *Regularities of boiling-up of emulsified liquids*. Heat Transfer Research, volume 36, Issue 5, pp. 419-424.
- [7] Иваницкий Г.К. Моделирование процессов деформирования и дробления капель при движении в жидкости. // Пром. теплотехника. 1997. Т.19. №1. С. 9-16.
- [8] Pavlenko A.M., Koshlak A.V., The processes of heat and mass exchange in the vortex devices/ Metallurgial and Mining Industry, №3, 2014. pp. 55-60
- [9] Долинский А.А., Павленко А.М., Басок Б.И. *Теплофизические процессы в эмульсиях.* Киев, Наукова думка, 2005. С. 265.
- [10] Павленко А.М., Климов Р.А. *Динамика фазовых переходов в эмульсиях* // Системні технології. 2006. №4 (45). С. 40-45.
- [11] Nigmatulin R.I., Habeev N.S., *The dynamics and heat and mass transfer of gas-vapor bubbles with the liquid*. Nekotorye voprosy mehaniki sploshnoj sredy.
 M.: Institute of Mechanics, Moscow State University, 1978. pp. 229-243.

environme

Uniform requirements for manuscripts submitted to "Structure and Environment"

All manuscripts should be submitted in English and Polish.

Given name(s) and surname(s) of each author Institutional affiliation(s) Author's e-mail

Title

Format for the paper:

- Abstract
- Keywords
- Introduction
- Subsequent headings
- Summary
- References

The text should be single-spaced throughout. The font should be 11 pt Times New Roman. All paragraphs should be indented 0.5 cm.

Formulas, tables, figures and photographs should be numbered sequentially.

Figures and photographs with a resolution of 300 dpi or higher must be submitted in *.TIFF, *.EPS, *.JPG, *.WMF format.

Figures, photographs and tables should be in English, but their captions should be given in English and Polish.

References: The paper submitted for publication must comply with copyright law provisions. Authors have to document sources of the photographs, figures, quotes and borrowings used in the article. References should be cited in square brackets through the text. The full list of references arranged in the citing order as they appear in the text should be placed at the end of the paper (with one language version only) according to the following rules:

Whole books

[1] Author's surname followed by the initials, title of the book, publisher, place and year of publication.

Chapters in edited books

[2] Author's surname followed by the initials, title of the chapter (in:) title of the book, initials and family name of the editor (Ed.), Publisher. Place and year of publication.

Journal articles

[3] Author's surname followed by the initials, title of the article, "journal title", volume number, number and year of issue, page numbers.

Web references

[4] Author's surname followed by the initials, title of the work, web page, date when the reference was last accessed.
Podstawowe wymagania edytorskie dotyczące pisania artykułów do czasopisma "Structure and Environment"

Artykuł powinien być napisany w dwóch wersjach językowych: angielskiej oraz polskiej.

Imię i nazwisko autora Nazwa uczelni e-mail autora

Tytuł artykułu

Struktura artykułu:

- Streszczenie
- Słowa kluczowe
- Wprowadzenie
- Kolejne podtytuły
- Podsumowanie
- Bibliografia

Tekst artykułu powinien być napisany czcionką Times New Roman 11, interlinia pojedyncza, wcięcie akapitowe 0,5 cm.

Wzory, tabele, rysunki oraz zdjęcia powinny być ponumerowane zgodnie z kolejnością ich występowania w tekście.

Rysunki oraz zdjęcia o rozdzielczości 300 dpi lub wyższej, format *. TIFF, *. EPS, *. JPG, *. WMF.

Rysunki, zdjęcia oraz tabele zamieszczamy w wersji angielskiej, a ich tytuły podajemy zarówno w języku angielskim, jak i języku polskim.

Bibliografia: Artykuł przeznaczony do publikacji musi być przygotowany zgodnie z postanowieniami ustawy "Prawo autorskie", które nakłada na autora obowiązek wykazania źródeł wykorzystanych zdjęć, rysunków cytowań, zapożyczeń. Źródła takie należy umieszczać w tekście w nawiasach kwadratowych. Zbiorcze zestawienie bibliografii umieszczamy na końcu artykułu w kolejności cytowania (tylko przy jednej wersji językowej) według schematu:

Pozycje książkowe

[1] Nazwisko i inicjały imion autora, tytuł pracy, wydawnictwo, miejsce i rok wydania.

Rozdziały książek

[2] Nazwisko i inicjały imion autora, tytuł rozdziału (w:) tytuł pracy, inicjały imion i nazwisko redaktora naukowego (red.), wydawnictwo, miejsce i rok wydania.

Artykuły w czasopismach

[3] Nazwisko i inicjały imion autora, tytuł artykułu, "tytuł czasopisma", numer woluminu, numer i rok wydania czasopisma, strony.

Strony internetowe

[4] Nazwisko i inicjały imion autora, tytuł pracy, strona internetowa, data dostępu.

THE REVIEW PROCESS

The following requirements need to be met by the paper:

- the title should reflect the content of the paper
- the content should be within the thematic scope of the journal
- the paper should be properly and clearly divided into paragraphs
- original elements need to be part of the paper
- the research method should be properly selected
- adequate references need to be cited
- interpretation and conclusions should match the presented test results
- the paper should not contain parts indicating commercial use

