

WIKTOR WCIŚLIK

Kielce University of Technology
al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7
25-314 Kielce, Poland
e-mail: wwcislik@tu.kielce.pl

MICROMECHANICAL MODELS OF DUCTILE FRACTURE OF METALS

Abstract

In the present paper a few models of ductile fracture were presented. Alloys used in civil engineering most often crack due to void nucleation and growth. Voids are created on the border between matrix and inclusions (made of sulphur and manganese compounds). The majority of described models can be used for modelling of ductile fracture in micro scale. The Gurson Tvergaard Needleman (GTN) material model was found to be the most useful in modelling of plastic deformation of existing steel elements and structures in civil engineering.

This paper was presented at seminar for Ph.D. candidates at Kielce University of Technology.

Keywords: ductile fracture models, voids

1. Introduction

The evaluation of the reliability of civil engineering structures in service constitutes an important issue. In engineering practice, errors at the design or during execution stages are found relatively frequently. In many cases, negligence in the upkeep of structures is also noted (e.g., the lack of proper maintenance, overloading, etc.). All those factors sometimes cause concerns over the reliability of structures. For a uniaxial state of stress, the analysis does not present major difficulties. Computations for elements working under complex states of stress, however, are inherently much more complicated and they require employing residual strength hypotheses. For steel structures, it is usually Huber-Mises-Hencky criterion. Numerous investigations demonstrate that applicability of this criterion to stress analysis under failure conditions (plasticity range) is highly restricted [1]. In order to perform advanced analyses of structural elements with damages, it is necessary to use different computational tools. The complexity of those, however, makes it difficult or even impossible to apply them to engineering practice. Difficulty related to identifying the model parameters in practice constitutes yet another barrier to the application of complex computational tools. The paper presents a review of the major models of ductile fracture of metals, those which account for the development of the structure micro-damages.

2. Initiation and development of voids as a mechanism of ductile fracture

2.1. Void Initiation at Inclusions and Precipitates

Computing structural elements working under limit states can be performed using the methods of fracture mechanics. Metal fracture is plastic in character above the temperature of plastic-brittle transition [2]. It can occur due to one of the following basic mechanisms, namely void growth and coalescence, necking or shear (Fig. 1).

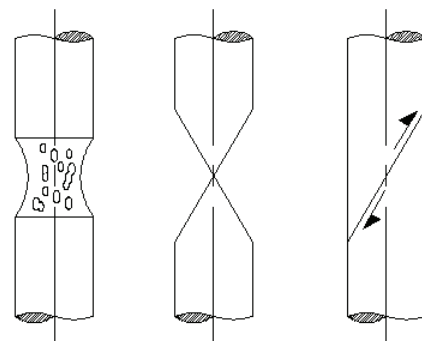


Fig. 1. Mechanisms of failure of ductile materials (from left to right): void growth and coalescence, section necking and shear

Metal alloys used in engineering contain the second phase particles (mostly sulphur and manganese compounds) dispersed within the structure of the base material. It is therefore justifiable to perform

the analysis of plastic states using porous material models that account for the presence and development of voids in the loaded material [3]. Voids are defects of steel microstructure which can be initiated at inclusions and precipitates. It means that in practice the second phase particles located in the structure of the base material take part in the process of metal and technical alloys cracking [4]. The sizes of the second phase particles range from 10^{-5} to 10^{-8} m. In the process of plastic flow, they are the particles of small dimensions that play the most important role. Their volume fraction and distribution depends on the method of material machining. The void nucleation most frequently involves the separation of the matrix which is being plastically deformed from the hard second phase particle. When applying models of porous materials, it is necessary to know the kind and magnitude of inclusions and precipitates. Their shapes are usually complex, yet for the sake of simplifying the computations, it is most frequently assumed that the particles are spherical in shape. The volume of the sphere is equal to that of a particle. The void volumetric fraction f is defined as the quotient of the volume occupied by voids divided by the total volume of the material. In practice, porosity is defined by means of the analysis of the surface of a metallographic specimen.

The initiation of voids is most commonly found at the boundaries of inclusions and precipitates. In the case the particle is strongly bound to the matrix, voids are initiated through particle fracture. When, on the other hand, the bond is weak, the particle gets detached. Basically four groups of criteria of void initiation are found:

- energy criteria,
- local critical stress criteria,
- local critical strain criteria,
- complex criteria.

The solutions most frequently found and quoted in the literature on the subject [2] are presented below:

- Gurland and Plateau model states that the void formation occurs when the elastic strain energy accumulated in the surroundings of the second phase particle is equal to, or greater than the energy necessary to form a new surface. The phenomenon takes place in the plastic range if the following dependence holds:

$$q\sigma = \sqrt{\frac{E\gamma}{d}} \quad (1)$$

where: q – stress concentration coefficient, d – particle diameter, E – Young's modulus for the matrix, γ – surface energy, where:

$$\gamma = \gamma_m + \gamma_p + \gamma_{mp} \quad (2)$$

where: γ_m – the matrix surface energy, γ_p – the particle surface energy, γ_{mp} – energy of the separation surface.

It was proved, however, that in addition to Gurland and Plateau condition being satisfied, critical stresses must be reached between the precipitate and the matrix for crack initiation to occur.

- For small particles, in order to determine the limit stress at the matrix – precipitate boundary, the continuum dislocation theory and Ashby's model can be applied:

$$\sigma'_{rr} = \tau_0 \left(1 + \sqrt{\frac{6\sqrt{6}\varepsilon_\gamma}{M\varepsilon_{0\gamma}}} \right) \quad (3)$$

where: ε_γ – non-dilatational strain, $\varepsilon_{0\gamma}$ – non-dilatational strain for shear yield point, M – Taylor's coefficient.

When the critical stress causing separation of the inclusion from the matrix (σ_{rrc}) is known, it is possible to determine the strain that results in a void initiation:

$$\varepsilon_{c\gamma} = \frac{\varepsilon_{0\gamma} \overline{M}}{6\sqrt{6}} \left(\frac{\sigma_{rrc}}{\tau_0} - 1 \right)^2 \quad (4)$$

- For large particles, the material hardening is taken into account in order to determine the stress at the precipitate – matrix boundary:

$$\sigma'_{rr} = \tau_0 \left[\left(\frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_{0\gamma}} \right)^{\frac{1}{n}} + \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{6}(n+1)}{M} \frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_{0\gamma}} \right)^{\frac{1}{n+1}} \right] \quad (5)$$

In the formula above, n denotes the consolidation exponent. The dependence was derived using the relationship between the average distance between precipitates λ , the precipitate radius r_0 and precipitate volume fraction f :

$$\frac{\lambda}{r_0} = \sqrt{\frac{2\pi}{f}} - \sqrt{\frac{8}{3}} \quad (6)$$

- In accordance with the critical strain criterion of Hancock and Cowling, void initiation occurs at the site where the strain reached a critical value, and is independent of the state of stress. The critical strain criterion is most frequently reached at external

loads higher than it is the case with the critical stress condition.

It should be emphasised that the results obtained with each of those criteria are strongly dependent on the size of the particle.

2.2. Void Development

Increase in load results in the void growth process. The so-called bridges, being in the state of plastic flow, are formed between voids. At increased load the necking of bridges occurs, which leads to the neighbouring voids coalescence and the initiation of the fracture process. If, additionally, a crack or a notch is present in the loaded element, the process of void growth is enhanced due to the local concentration of stresses. The process is accompanied by substantial plastic strains. It was proved their value at the instant of fracture may exceed 1. In this case, void coalescence is the sufficient condition for cracking to occur. A number of works focussed on the phenomenon of void growth. The results obtained in a few works are presented below [2, 4]:

In McClintock's model a void is used, cylindrical in shape, in rigid plastic matrix loaded in parallel to the cylinder longitudinal axis. The model employs Huber Mises Hencky criterion and the constitutive relationship for plastic flow of the form:

$$\varepsilon'_{ij} = \frac{3\varepsilon'_e}{2\sigma_y} s_{ij} \quad (7)$$

where: s_{ij} – deviator of the stress tensor.

McClintock's solution states the dependence of the actual diameter of the void on the external deformations of the body $\varepsilon_z = \varepsilon_{33}$ and on hydrostatic stresses in the specimen:

$$\varepsilon_a = \int_0^t \varepsilon'_a dt = \int_{a_0}^a \frac{da}{a} = \ln \frac{a}{a_0} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\varepsilon_z| \sinh \frac{\sigma_h}{k} - \frac{1}{2} \varepsilon_z \quad (8)$$

where: a – actual void diameter, a_0 – initial void diameter, k – yield point in pure shear

$$k = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}, \quad \sigma_h - \text{mean hydrostatic stress acting}$$

far from the void.

According to McClintock, strongly hardened materials are characterised by the highest ductility. A high content of precipitates and a high degree of triaxiality of the state of stress, in turn, contribute to a decrease in the material ductility.

- Rice and Tracey conducted the same analysis for a spherical void. A single void existing in the material, or representing a sum of voids of the same total volume, was analysed. The following expression was derived:

$$\varepsilon'_{ia} = \frac{1}{a_0} \frac{da_i}{dt} \cong 2\varepsilon'_{izw} + 0,56\varepsilon'_{ezw} \sinh \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma_h}{k} \right) \quad (9)$$

where: ε_{ezw} – effective strain, subscript i denotes the main direction of stresses and strains applied from the outside, subscript zw – values measured far from the void.

Rice and Johnson applied the discussed model to the analysis of a spherical void ahead of the front of a blunt crack, loaded in accordance with method I.

- Thomason's solution involves the analysis of cuboid voids located in rigid ideal plastic matrix, on which hydrostatic pressure σ_m and principal stresses σ_1 and σ_2 are exerted. According to Thomason, below a certain threshold inclusion volume fraction, fracture occurs by means of the necking of the whole section of the specimen. Above the limit value, however, fracture is caused by the necking of the bridges between inclusions.
- Brown – Embury model assumes that the greatest void strains occur in the loading direction. Fracture occurs at the instant when the length of micro-damages is equal to the distance between them. Let λ denote the distance between voids. From the Brown – Embury condition it follows that the crack is initiated when the void length also reaches value λ .

If the strain in the material is denoted as $\frac{d\varepsilon}{dt}$,

the deformation rate of void will be higher and will reach the value $\frac{d\varepsilon_p}{dt} = c \frac{d\varepsilon}{dt}$. Thus the critical strain

in the material will amount to:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{c} \ln(1 + \varepsilon_{pc}) \quad (10)$$

where: ε_{pc} – the critical strain of the void; the void strain is expressed by the formula:

$$\varepsilon_p = \frac{\lambda - 2r_0}{2r_0} \quad (11)$$

where: r_0 – the initial radius of the inclusion.

Having taken into account dependences given above, a formula for the critical length of the void is obtained:

$$\lambda_c = 2r_0(1 + \varepsilon_{pc}) \quad (12)$$

Formulas presented above make it possible to derive dependences for the critical strain in a material:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{c} \ln \left(\sqrt{\frac{\pi}{6f}} - \sqrt{\frac{2}{3}} + \varepsilon_{pn} \right) = \ln \frac{A_0}{A_c} \quad (13)$$

In the formula above, ε_{pn} denotes the strain necessary to initiate a void, A_0 – the initial cross-section area of the specimen, and A_c – cross-section area of the specimen at the instant of fracture.

The behaviour of particles located in loaded, elastic – plastic matrix depends to the greatest extent on the size of the particles and forces of interaction between particles and the matrix.

3. Gurson Tvergaard Needleman model

For issues concerning ductile fracture of technical alloys, the model of porous material first developed by A.L. Gurson [5] and later modified by Tvergaard and Needleman is often used. The macroscopic law of flow and the law of void volume fracture increase, which is a parameter of the material microstructure, are integrated in the model. Void volume fraction is defined as a ratio of the current volume of microvoids to the volume of the specimen, in accordance with the formula:

$$f = \frac{V_V}{V} \quad (14)$$

where: V_V – current void volume fraction, V – specimen volume.

It is assumed that strains and stresses are determined at the macroscopic level. Gurson Tvergaard Needleman yield criterion is reduced to the following form:

$$\Phi = \frac{\sigma_{eq}^2}{\sigma_M^2} + 2q_1 f \cosh \frac{3q_2 \sigma_m}{2\sigma_M} - 1 - q_3 f^2 = 0 \quad (15)$$

where: Φ – energy of non-dilatational strain, σ_{eq} – stress reduced in accordance with HMM criterion, σ_M – yield point, σ_m – mean stresses (arithmetic mean of the principal stresses), q_1, q_2, q_3 – Tvergaard's coefficients, f – current void volume fraction, defined by the following dependence:

$$f = \begin{cases} f & \text{for } f \leq f_c \\ f_c + \frac{\overline{f_F} - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{for } f_c < f < f_F \\ \overline{f_F} & \text{for } f \geq f_F \end{cases} \quad (16)$$

where: f_c – the critical void volume fraction corresponding to a decrease in the material strength, f_F – void volume fraction corresponding to the load bearing capacity of the material, $\overline{f_F} = [q_1 + (q_1^2 - q_3)^{0.5}] / q_3$.

The void volume fraction in the material is described by the expression:

$$df = df_{gr} + df_{nucl} \quad (17)$$

where: df_{gr} – the time derivative of the volume fraction of the voids already existing in the material, df_{nucl} – the time derivative of the volume fraction of the voids initiated in the deformation process.

The dependences presented above indicate that in order to apply the GTN model of material it is necessary to know the parameters that characterise the micro-structure and mechanical properties of a given material. Those primarily include:

- porosity,
- volume fraction of inclusions and precipitates,
- real tension curve,
- the critical plastic strain that causes void initiation,
- stress that is critical for cracking on the precipitate – matrix boundary.

4. Conclusions

The models of void nucleation and growth presented above make it possible to perform computations at the microscopic level. The application of those models to engineering practice is therefore difficult and sometimes even impossible. The GTN model can be used to analyse elements in the macro-scale in order to model the work of structural elements in limit states, while taking into account the real structure of the material. In the model, the concept of void volume fraction was introduced, which is a scalar measure of the degree of micro-damage development.

All the analyses performed so far using the GTN model involved laboratory specimens and a controlled state of stress. The literature on the subject does not provide the data concerning practical applications of the hypothesis to computations of elements in real structures. In the opinion of the author, the model under consideration can become a component of the system based on fracture mechanics, intended to compute the strength of the elements working under limit states.

References

- [1] Kossakowski P.: *Analysis of Load Bearing Capacity and Damage Development in St3S Steel (S235JRG2) in Complex States of Stress* (in Polish). 55 Scientific

- Conference of the Committee of Civil and Water Engineering of the Polish Academy of Sciences and the Science Committee of the Polish Association of Civil Engineers and Technicians, Kielce – Krynica, 20 – 25 September 2009.
- [2] Gołaski L.: *Elements of Experimental Fracture Mechanics* (in Polish). Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 1992.
- [3] Kossakowski P., Trąpczyński W.: *Numerical Simulation of S235JR Steel Failure Taking into Account the Impact of Microstructure Damages* (in Polish). Przegląd Mechaniczny, paper approved for printing.
- [4] Neimitz A.: *Fracture Mechanics* (in Polish). Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- [5] Gurson A.L.: *Continuum Theory of Ductile Rapture by Void Nucleation and Growth Part I – Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Materials*. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99, pp. 2-15.
- [6] Richelsen A.B., Tvergaard V.: *Dilatant plasticity or upper bound estimates for porous ductile solids*. Acta Metall. Mater., 1994, 42, pp. 2561-2577.
- [7] Corigliano A., Mariani S., Orsatti B.: *Identification of Gurson-Tvergaard material model parameters via Kalman filtering technique, I. Theory*. International Journal of Fracture, 2000, 104, pp. 349-373.
- [8] Hashemi S.H., Howard I.C., Yates J.R., Andrews R.M.: *Micro-Mechanical Damage Modelling of Notched Bar Testing of Modern Line Pipe Steel*. The 15th European Conference of Fracture – Advanced Fracture Mechanics for Life and Safety, Stockholm, August 11-13, 2004.
- [9] Needleman A., Tvergaard V.: *Numerical modelling of the ductile – brittle transition* International Journal of Fracture, 2000, 101, pp. 73-97.

The article was co-funded by the EU through the European Social Fund, project *Development Programme of the Teaching Potential of the Kielce University of Technology – Education for Success, Human Capital Operational Programme*, agreement no. UDA – POKL.04.01.01 – 00 – 175/08-00.

Wiktor Wciślik

Mikromechaniczne modele ciągłego pęknięcia metali

1. Wprowadzenie

Istotnym problemem w eksploatacji obiektów budowlanych jest ocena bezpieczeństwa ich pracy. W praktyce inżynierskiej stosunkowo często spotyka się błędy projektowe i wykonawcze. W licznych przypadkach pojawiają się również zaniedbania w zakresie utrzymania obiektu (np.: brak odpowiedniej konserwacji, przeciążenie itd.). Wszystkie te czynniki rodzą niekiedy poważne obawy o bezpieczeństwo pracy konstrukcji. W przypadku jednoosiowego stanu naprężenia analiza nie nastrocza większych trudności, jednak obliczanie elementów pracujących w złożonych stanach naprężenia jest ze swej natury znacznie bardziej skomplikowane i wymaga zastosowania hipotez wyężeńiowych. Dla konstrukcji stalowych jest to zazwyczaj hipoteza Hubera Misesa Hencky'ego. Liczne badania wykazały, że zastosowanie tej hipotezy do analizy naprężeń w stanach awaryjnych (zakres plastyczny) jest mocno ograniczone [1]. Zaawansowane analizy elementów konstrukcyjnych z uszkodzeniami wymagają użycia innych narzędzi obliczeniowych. Częstym proble-

mem jest jednak ich złożoność, która niekiedy utrudnia lub wręcz uniemożliwia zastosowanie w praktyce inżynierskiej. Istotną barierą są również trudności z praktyczną identyfikacją parametrów modelu. W niniejszej pracy przedstawiono przegląd najważniejszych modeli ciągłego pęknięcia metali, uwzględniających rozwój mikrouszkodzeń struktury.

2. Inicjacja i wzrost pustek jako mikromechanizm pęknięcia ciągłego

2.1. Inicjacja pustek na wtrąceniach i wydzieleniach

Obliczanie elementów konstrukcyjnych pracujących w stanach granicznych może być realizowane przy użyciu metod mechaniki pęknięcia. Powyżej temperatury przejścia plastyczno-krucho pęknięcie metali ma charakter plastyczny [2] i może następować na drodze jednego z podstawowych mechanizmów: wzrostu i łączenia pustek, szybkowania, lub ścięcia.

Stosowane w technice stopy metalowe zawierają cząstki drugiej fazy (przede wszystkim związki siarki i manganu) ulokowane w strukturze materiału bazowego. Zasadnym jest więc, aby analizę stanów plastycznych prowadzić przy zastosowaniu modeli ma-

teriałów porowatych, które uwzględniają obecność i rozwój pustek w obciążonym materiale [3]. Pustki należą do defektów mikrostruktury stali i mogą być inicjowane na wtrąceniach lub wydzieleniach. Oznacza to, że w praktyce w procesie pęknięcia metali i stopów technicznych biorą udział cząstki drugiej fazy ulokowane w strukturze materiału podstawowego [4]. Wielkość cząstek drugiej fazy waha się pomiędzy 10^{-5} a 10^{-8} m. W procesie plastycznego płynięcia najistotniejszą rolę odgrywają cząstki małych rozmiarów. Ich udział objętościowy oraz rozkład zależny jest od sposobu obróbki materiału. Nukleacja pustki następuje najczęściej poprzez oddzielenie odkształcającej się plastycznie osnowy od twardej cząstki drugiej fazy. Zastosowanie modeli materiałów porowatych wymaga znajomości rodzaju oraz wielkości wtrąceń i wydzieleni. Ich kształt jest zazwyczaj skomplikowany, niemniej dla uproszczenia obliczeń zakłada się najczęściej, że cząstki mają kształt kuli o objętości równej objętości rozpatrywanej cząstki. Udział objętościowy pustek f definiowany jest jako iloraz objętości zajętej przez pustki do całkowitej objętości materiału. W praktyce porowatość określa się poprzez analizę powierzchni zglądu.

Inicjacja pustek ma zazwyczaj miejsce na granicach wtrąceń i wydzieleni. W przypadku, kiedy cząstka jest silnie związana z osnową, pustki inicjowane są poprzez pęknięcie cząstek. Z kolei gdy wiązanie jest słabe, następuje oderwanie cząstki. Istnieją cztery zasadnicze grupy kryteriów inicjacji pustek:

- energetyczne,
- lokalnych naprężeń krytycznych,
- lokalnych odkształceń krytycznych,
- kryteria złożone.

Poniżej przytoczono rozwiązania najczęściej spotykane i cytowane w literaturze [2]:

- Model Gurlanda Plateau – określa powstanie pustki, gdy energia sprężysta zgromadzona w otoczeniu cząstki drugiej fazy jest równa lub większa od energii potrzebnej do utworzenia nowej powierzchni. Zjawisko to ma miejsce w zakresie sprężystym, jeżeli zachodzi zależność (1). Dowiedziono jednak, że do inicjacji pęknięcia, oprócz warunku Gurlanda Plateau, konieczne jest osiągnięcie naprężeń krytycznych pomiędzy wtrąceniem i osnową.
- Dla małych cząstek do wyznaczenia granicznego naprężenia na granicy osnowa – wydzielenie, można posłużyć się kontynualną teorią dyslokacji i modelem Ashbyego. Znajomość krytycznego naprężenia, powodującego oderwanie wtrącenia od

osnowy (σ_{rc}), pozwala na określenie odkształcenia powodującego inicjację pustki.

- W przypadku dużych cząstek w celu określenia naprężeń na granicy wydzielenie – osnowa uwzględnia się umocnienie materiału (5). W tym wzorze n oznacza wykładnik umocnienia. Zależność tą wprowadzono posługując się następującym związkiem średniej odległości między wydzieleniami λ , promienia wydzieleni r_0 i udziału objętościowego wydzieleni f (6).
- Warunek krytycznego odkształcenia wg Hancocka Cowlinga – inicjacja pustek zachodzi w miejscu, gdzie odkształcenie osiągnęło wartość krytyczną, niezależnie od stanu naprężenia. Najczęściej warunek krytycznego odkształcenia osiągany jest przy wyższych obciążeniach zewnętrznych niż ma to miejsce w przypadku warunku naprężeń krytycznych.

Należy zaznaczyć, że wyniki uzyskane za pomocą każdego z tych kryteriów są silnie zależne od wielkości cząstki.

2.2. Rozwój pustek

Pod wpływem zwiększającego się obciążenia następuje proces wzrostu pustek. Pomiędzy pustkami tworzą się tak zwane mostki, będące w stanie płynięcia plastycznego. Podczas zwiększania obciążenia mostki przewężają się, prowadząc do połączenia sąsiednich pustek oraz inicjacji procesu pęknięcia. Jeżeli dodatkowo w obciążonym elemencie znajduje się pęknięcie lub karb, proces wzrostu pustek jest intensyfikowany przez lokalną koncentrację naprężeń. Procesowi temu towarzyszą znaczne odkształcenia plastyczne. Jak wykazano, ich wartość w chwili złomu może przekroczyć 1. Warunkiem pęknięcia jest w tym przypadku łączenie się pustek. Zagadnieniu wzrostu pustek poświęcono szereg prac. Wyniki kilku z nich przedstawiono poniżej [2, 4]:

- Model McClintocka – pustka o kształcie walca w sztywno plastycznej osnowie obciążonej równolegle do osi podłużnej walca. W modelu zastosowano hipotezę Hubera Misesa Hencky'ego oraz związek konstytutywny płynięcia plastycznego postaci (7). Rozwiązanie McClintock'a określa zależność aktualnej średnicy pustki od zewnętrznych odkształceń ciała $\varepsilon_z = \varepsilon_{33}$ oraz naprężeń hydrostatycznych w próbce (8). Według McClintocka większą ciągliwością charakteryzują się materiały o dużym umocnieniu. Duża zawartość wydzieleni i wysoki stopień trójosiowości stanu naprężeń przyczynia się z kolei do zmniejszenia ciągliwości materiału.

- Rice i Tracey przeprowadzili tę samą analizę dla pustki sferycznej. Analizowano pojedynczą pustkę istniejącą w materiale lub reprezentującą sumę pustek o tej samej łącznej objętości. Pozwoliło to na uzyskanie wyrażenia (9).

Rice i Johnson zastosowali omawiany model do analizy sferycznej pustki przed frontem stępionego pęknięcia, obciążonego wg sposobu I.

- Rozwiązanie Thomasona – analiza prostopadłościennych pustek umieszczonych w sztywno idealnie plastycznej osnowie i poddanych działaniu ciśnienia hydrostatycznego σ_m oraz naprężeń głównych σ_1 i σ_2 . Zdaniem Thomasona poniżej pewnego progowego udziału objętościowego wtrąceń złom następuje na drodze szyjkowania całego przekroju próbki, natomiast powyżej wartości granicznej poprzez szyjkowanie mostków między wtrąceniami.
- Model Brown'a Embury'ego – zakłada, iż największe odkształcenia pustek mają miejsce na kierunku obciążania. Złom następuje w momencie, gdy długość mikrouszkodzeń jest równa odległości pomiędzy nimi. Niech λ będzie odległością pomiędzy pustkami. Z warunku Brown'a Embury'ego wynika, że pęknięcie zostanie zainicjowane, gdy długość pustki również osiągnie wartość λ . Jeżeli prędkość odkształcania materiału oznaczyć jako $\frac{d\varepsilon}{dt}$, to prędkość odkształcania pustki będzie wyższa i osiągnie wartość $\frac{d\varepsilon_p}{dt} = c \frac{d\varepsilon}{dt}$. W związku z tym

krytyczne odkształcenie materiału będzie wynosić (10). Odkształcenie pustki wyraża się wzorem (11). Uwzględniając powyższe zależności, otrzymano wzór na krytyczną długość pustki (12).

Przytoczone wzory pozwalają na wyprowadzenie zależności na krytyczne odkształcenie materiału (13). W tym wzorze ε_{pn} oznacza odkształcenie niezbędne do zainicjowania pustki, A_0 – początkowe pole przekroju poprzecznego próbki, natomiast A_c – pole przekroju poprzecznego próbki w momencie złomu.

Zachowanie cząstek umieszczonych w obciążonej, sprężysto-plastycznej osnowie w największym stopniu zależy od wielkości cząstek oraz od sił wzajemnego oddziaływania pomiędzy cząstkami a osnową.

3. Model Gursona Tvergaarda Needlemana

W zagadnieniach ciągłego pęknięcia stopów technicznych często stosuje się model materiału porowatego opracowany przez A.L. Gursona [5], zmodyfikowany później przez Tvergaarda i Needlemana. Łączy

on makroskopowe prawo płynięcia oraz prawo wzrostu udziału objętościowego pustek, który jest parametrem mikrostruktury materiału. Udział objętościowy pustek definiowany jest jako stosunek bieżącej objętości mikropustek do objętości próbki, zgodnie ze wzorem (14).

Z założenia odkształcenia i naprężenia określone są na poziomie makroskopowym. Warunek plastyczności Gursona Tvergaarda Needlemana sprowadza się do postaci (15).

Bieżący udział objętościowy pustek w materiale opisywany jest wyrażeniem (17). Z tych zależności wynika, iż zastosowanie modelu materiałowego GTN wymaga znajomości parametrów charakteryzujących mikrostrukturę i cechy mechaniczne danego materiału. Są to przede wszystkim:

- porowatość,
- udział objętościowy wtrąceń i wydzielen,
- rzeczywista krzywa rozciągania,
- krytyczne odkształcenie plastyczne powodujące inicjację pustek,
- naprężenie krytyczne dla pęknięcia na granicy wydzielenie – osnowa.

4. Wnioski

Przytoczone modele nukleacji i wzrostu pustek pozwalają na wykonanie obliczeń na poziomie mikroskopowym. Ich zastosowanie w praktyce inżynierskiej jest więc trudne, a niekiedy wręcz niemożliwe. Model GTN może być użyty do analizy elementów w skali makro w celu modelowania pracy elementów konstrukcyjnych w stanach granicznych, przy uwzględnieniu rzeczywistej struktury materiału. W modelu wprowadzono pojęcie udziału objętościowego pustek, będącego skalarną miarą stopnia rozwoju mikrouszkodzeń.

Wszelkie dotychczasowe analizy prowadzone przy użyciu modelu GTN dotyczyły próbek laboratoryjnych i kontrolowanego stanu naprężenia. Brak w literaturze danych dotyczących praktycznego zastosowania hipotezy do obliczeń elementów konstrukcji rzeczywistych. Zdaniem autora niniejszej pracy, omawiany model może stać się elementem systemu bazującego na mechanice pęknięcia, służącego do obliczeń wytrzymałości elementów pracujących w stanach granicznych.

Referat współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, projekt pt. „Program Rozwojowy Potencjału Dydaktycznego Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach – kształcenie na miarę sukcesu” Program Operacyjny Kapitał Ludzki, umowa nr UDA – POKL.04.01.01 – 00 – 175/08-00.