

URSZULA PAWLAK<sup>1</sup> MICHAŁ SZCZECINA<sup>2</sup> Kielce University of Technology <sup>1</sup>e-mail: u.pawlak@tu.kielce.pl <sup>2</sup>e-mail: michalsz@tu.kielce.pl

## THE EIGENVALUE PROBLEM IN THE DYNAMICS OF THE STEEL INDUSTRIAL HALL WITH INTERNAL HANDLING SYSTEM

#### Abstract

The paper presents the eigenvalue problem in the dynamics of the steel industrial hall with an internal handling system. The aim of the calculations was to determine the eigenfrequencies and eigenvectors for the structure of the hall adapted to a gantry operation. The analysis was performed by using FEM software, namely Robot. Among over a dozen calculated eigenvectors, four ones were chosen as the most representative for a lateral structural arrangement of the hall and its roof.

Keywords: steel halls, an internal handling system, eigenvalue problem, dynamics, eigenvalues

#### 1. Introduction

For several years, the buildings erected using the technology of steel structures have played a major role in industrial construction in Poland. The construction technology of steel halls (warehouses, manufacturing floors, logistic, sports and breeding halls) has become successful owing to its low price relative to the quality, execution time, capability of expanding the area of the halls promptly and their usability.

The steel structure of the halls ensures their stability, durability and resistance to weather conditions. In orthographic projections, the halls are usually rectangular in view and have a repeatable structure made up of flat cross-braced load-bearing members.

Steel industrial halls are usually equipped with gantries. Based on the types of gantry used, they are classified as [1]:

- halls with overhead crane handling systems with the gantry runway beams supported on posts (Fig. 1),
- halls with suspended gantry crane handling systems – with the crane ways suspended from the roof structure (Fig. 2).



Fig 1. A steel industrial hall with overhead crane handling systems [2]



Fig 2. A steel industrial hall with suspended gantry crane handling systems [3]

# structure

Due to their structure and use, steel industrial halls are exposed to a variety of risks [4]. The threats have a negative impact on the stability of the structure and can stem from:

- high fire load density caused by the stored goods,
- loads caused by the extensive roof area (snow, wind),
- loads resulting from the installation of various devices on the structure,
- vibrations and collisions brought about the internal movement vehicles (IMV).

The proper design of steel halls is performed in stages. Due to occupational safety (utilisation and operation) and the durability of the halls, it is preceded by thorough analyses of the load-bearing members in terms of structural statics, stability and dynamics.

In the research project, an analysis of the dynamic eigenvalue problem was conducted due to the dynamic loads transferred by the major load-bearing systems of steel halls with internal handling systems.

#### 2. A few words on the dynamics of engineering structures

Structural dynamics is a science of movement (vibrations) of engineering structures or their components such as beams (including gantry runway beams), plates and slabs, coatings, foundations of machinery, high buildings, bridges, industrial chimneys, telecommunications towers, cooling towers, drilling platforms and others. All these are geometrically rigid structures in the state of conservative equilibrium [4]. This type of motion usually oscillates around the position of static load, which serves as a reference point in dynamic analysis.

The objective of structural dynamics is to determine the reaction (structural response), i.e. the displacements and stresses for the given type of engineering structure subjected to any dynamic load.

#### 3. The eigenvalue problem in structural dynamics

One of the basic issues of structural dynamics is the determination of conditions in which a structure could perform movement around the position of equilibrium without the participation of the external modal forces. The equation of such motion (2) results from the energy balance equation

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + \left(K - K_G\right)q = Q(t) \tag{1}$$

where: M – inertia matrix of the structure, C – external damping matrix, K – linear stiffness matrix of the structure,  $K_G$  – geometric stiffness matrix of the structure, Q(t) – modal force (time function), q,  $\dot{q}$ ,

 $\ddot{q}$  – structural displacement, velocity and acceleration vectors, with Q(t) = 0 and the omission of damping C = 0 as well as the lack of static loads  $K_G = 0$ .

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \tag{2}$$

Vector

$$q = a \ e^{i\omega t} \tag{3}$$

is the solution of equation (2), where:

$$a = a \left\{ a_1 \ a_2 \dots a_n \right\} \tag{4}$$

Formula (3) shows a set of harmonic functions  $q_j(t)$  at a common angular frequency  $\omega$  and amplitudes  $a_j$  (j = 1, 2, ..., n). The motion presented in equation (3) is called structural eigenvibration. This is not a physical phenomenon, but a property of a structure exposed to dynamic loads.

The introduction of function (3) to equation (2) gives homogeneous matrix equation (5), which has to be met at any time t.

$$\left(K - \omega^2 M\right)a = 0 \tag{5}$$

We are also interested in the result where  $a \neq 0$ , therefore equation (6), from which we obtain n values  $\omega_j$ , i.e. structural eigenvibration angular frequencies [5], is the condition of existence of non-zero solutions.

$$\det\left(K - \omega^2 M\right) = 0 \tag{6}$$

Roots  $\omega_j$  are positive real numbers. Multiple roots can also be obtained. For every eigenvalue  $\omega_j$  (i = 1,2 ...n) there is a corresponding non-zero vector  $a_i$ , called an eigenvector of vibration of order i. It determines the arrangement of displacements qvibrating at angular frequency  $\omega_j$ . The eigenvectors are determined up to the nearest constant factor. The set of eigenvectors gives eigen matrix W.

#### 4. An analysis of the dynamic eigenvalue problem of a steel industrial hall with internal handling systems

An analysis of the dynamic eigenvalue problem was performed for a steel industrial hall, the cross section and the axonometric projection of which are shown in Figure 3 and Figure 4, respectively.

The hall at issue was made of steel. It rests on reinforced concrete pad foundations. The hall is located in Kielce, in the wind load zone I and the snow load zone III. Sandy clays with the liquidity index of IL = 0.2 form the soil stratum at the foundation level. The depth of the foundations was set 1m below the ground level.



Fig. 3. Cross-section of the industrial hall with internal handling systems [6]



Fig. 4. Axonometric drawing of the hall structure [6]

A steel, flat, single-bay, single-storey frame with a pent roof and short brackets on which the gantry runway beams are supported constitutes the principal structural component of the hall. The columnfoundation connection was formed by full restraint, whereas the roof grits and the columns were pinjointed. The axial span of the structural component is 12 m, and the roof apex is at 7.8 m. The frame beam is a solid IPE 400 I-section, and the column is a solid HEB 320 section. The gantry runway beams are supported on short steel brackets connected to the steel column shank by rigid joint. The steel bracket is a plate girder element of variable height.

The short bracket-column shank joint was formed using fillet welds. The node was additionally strengthened with ribs. The roof grits were bolted to the columns.

The spatial arrangement of the hall is made up of the aforementioned 5 flat systems spaced 6 m apart. The roof covering structure of the hall was made of troughed sheet supported on steel purlins formed of IPE 200 I-beams spaced 2.4 m apart. At the end-panels of the roof plane, the roof braces were made up of 20 mm-diameter steel bars. All of the roof structural member joints were bolted, and the troughed sheet was attached by means of self-drilling screws.

structure

The side and the end walls of the hall were made up of wall sandwich panels fastened to steel rails. At the end-panels, the wall braces were formed of  $80 \times 80 \times 6$  equilateral steel angles.

The gantry runway beam was formed of a solid HEA300 section. The gantry craneways were secured with buffer stops. The ZXJ overhead single-girder crane mounted in the hall, with a total lifting capacity of 50 kN, travels at a speed of 40 m/min. The speed of the truck is 30 m/min and the hoisting speed is 12.5 m/min.

The entire steel structure was made of S235JR steel, whereas C30/37 class concrete, reinforced with RB500W steel, was used for the pad foundations.

## 4.1. The eigenvalue problem in the statics of a steel industrial hall with internal handling systems – analysis

The analysis was conducted by means of Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2014 based on MES. The static diagram shown in Figure 5 was adopted. The nodes 35-38 are the supports for the purlins resting on the girders of the main structure.



Fig. 5. Static diagram of the hall model

The eigenvibration angular frequencies and the eigenvectors were determined based on a modal analysis. A distributed mass matrix was adopted. The columns were divided in variants into 1, 3, and 5 finite elements in order to investigate the variability of the calculated eigenvibration angular frequencies from the degree of discretization of the elements. However, the results of the calculations showed that the degree of discretization had not affected the

obtained eigenvalues. The results presented below concern the division into 5 elements.

structure

Table 1 summarizes the results of the obtained eigenvalues. In addition to the eigenvibrations angular frequencies, values such as eigenvibration frequency and period used in the design practice, were also given. Among several various forms of vibration, the most representative ones for the lateral structure of the hall and the roof were selected. The forms are demonstrated in Figures 6-9.

Form	Vibration angular	Vibration frequency	Vibration period
number	frequency [rad/s]	[Hz]	[S]
1	16.08	2.56	0.39
2	27.93	4.45	0.22
5	43.69	6.95	0.14
6	46.07	7.33	0.14

Table 1. Eigen vibration angular frequencies of the hall



Fig. 6. Vibration form for the 1<sup>st</sup> eigenvibration angular frequency



Fig. 7. Vibration form for the 2<sup>nd</sup> eigenvibration angular frequency



Fig. 8. Vibration form for the 5<sup>th</sup> eigenvibration angular frequency



Fig. 9. Vibration form for the 6<sup>th</sup> eigenvibration angular frequency

Of the demonstrated forms of vibration, the first one is characterised by tilting and is the most typical for the lateral load-bearing structures of steel halls. The second form is distinctly spatial, although there still are dominant dislocations for the lateral load-bearing structure. The remaining two forms concern the situations when the vibrations of roof girders and other members creating the roof plane are of utmost significance.

It needs to be stated firmly that in a hall of that type the equalising of the gantry crane vibration angular frequencies with the vibration angular frequencies of the structure must not be allowed. The vibrations on the gantry crane most often result from the improper use of the device, the swinging of the load suspended from the gantry crane hook or a sudden snapping of the material handling cables. For those reasons, the gantry crane should not be overloaded, either.

#### 4.2. The eigenvectors

Tables 2-5 show the values of node displacements constituting the eigenvector for the demonstrated vibration forms. Linear displacements UX and UZ are given in centimetres, and the node rotation angle RY is given in radians. The numbers of the nodes and the axial arrangement are shown in Figure 5. The displacements of the vibrating roof girders can be presented owing to the inclusion of nodes 35-38 in the model.

Table 2. Displacement values – the eigenvector for the 1<sup>st</sup> vibration angular frequency

Node	Case	Form	Eigenvector UX	Eigenvector UZ	Eigenvector RY
2	2	1	0.006066929	-0.00000200	0.001499235
6	2	1	0.005739246	0.00000253	0.001428321
7	2	1	0.006067158	-0.000750098	0.001500329
8	2	1	0.005739463	0.000714679	0.001429358
9	2	1	0.009144722	-0.000000241	0.001554512
10	2	1	0.009133836	0.000000319	0.001495164
35	2	1	0.008838775	-0.000027494	0.000008005
36	2	1	0.008839067	-0.000038863	0.000001983
37	2	1	0.008838188	-0.000036551	-0.000003108
38	2	1	0.008836607	-0.000024959	-0.000005472

Table 3. Displacement values – the eigenvector for the 2<sup>nd</sup> vibration angular frequency

Node	Case	Form	Eigenvector UX	Eigenvector UZ	Eigenvector RY
2	2	2	-0.007798638	0.000026115	-0.001825296
6	2	2	-0.007427522	-0.000026967	-0.001738265
7	2	2	-0.007799826	0.000940245	-0.001831047
8	2	2	-0.007428649	-0.000897510	-0.001743726
9	2	2	-0.011483904	0.000034010	-0.001852403
10	2	2	-0.011465534	-0.000036344	-0.001765198
35	2	2	-0.011121668	0.000199628	-0.000043850
36	2	2	-0.011100352	0.000219414	0.000031878
37	2	2	-0.011092496	0.000112875	0.000058605
38	2	2	-0.011103377	0.000011459	0.000026472

Table 4. Displacement values – the eigenvector for the 5<sup>th</sup> vibration angular frequency

Node	Case	Form	Eigenvector UX	Eigenvector UZ	Eigenvector RY
2	2	5	0.000135032	0.000004976	0.000022203
6	2	5	0.000115516	0.000005188	0.000027939
7	2	5	0.000135076	-0.000006174	0.000022404
8	2	5	0.000115549	0.000019204	0.000028108
9	2	5	0.000170158	0.000006497	0.000013141
10	2	5	0.000184814	0.000007006	0.000033350
35	2	5	-0.000079371	0.002556658	-0.000923882
36	2	5	-0.000003491	0.004149352	-0.000355899
37	2	5	0.000141701	0.004153080	0.000355688
38	2	5	0.000297161	0.002566307	0.000923725

Table 5. Displacement values – the eigenvector for the 6<sup>th</sup> vibration angular frequency

Node	Case	Form	Eigenvector UX	Eigenvector UZ	Eigenvector RY
2	2	6	-0.000210109	-0.000019834	-0.000036422
6	2	6	-0.000184918	-0.000021591	-0.000040270
7	2	6	-0.000210163	-0.000001562	-0.000036670
8	2	6	-0.000184993	-0.000041825	-0.000040642
9	2	6	-0.000270984	-0.000025922	-0.000024801
10	2	6	-0.000278991	-0.000029196	-0.000043390
35	2	6	0.000545547	-0.008387816	0.003022254
36	2	6	0.000302570	-0.013591888	0.001158371
37	2	6	-0.000160149	-0.013605532	-0.001156621
38	2	6	-0.000663218	-0.008422175	-0.003022251

#### 5. Conclusions

The conducted analysis resulted in the selection of four most representative forms of vibration for the specific structural layout of the hall with internal handling systems. The obtained values of the eigenvibration angular frequency give a designer a basis for developing further design stages of hall structures as well as for formulating recommendations concerning the proper utilisation and operation of the hall. While using the gantry crane, unnecessary overloading of the device structure and inciting vibrations of the handled goods should be avoided.

#### References

- [1] http://www.airstar.pl/biznes/nowoczesne-hale-stalowe
- [2] otodom.pl
- [3] www.eci.com.pl
- [4] Chmielewski T., Zembaty Z.: *Podstawy dynamiki budowli*, Arkady 1998.
- [5] Gomuliński A., Witkowski M.: *Mechanika budowli, Kurs dla zaawansowanych*, OWPW, Warszawa 1993.
- [6] Projekt hali z transportem wewnętrznym w Kielcach, projektant konstrukcji: Michał Szczecina.



Urszula Pawlak Michał Szczecina

### Zagadnienie własne w dynamice stalowej hali przemysłowej z transportem wewnętrznym

#### 1. Wprowadzenie

Od kilkunastu lat w budownictwie przemysłowym w Polsce dominującą rolę odgrywają obiekty wznoszone w technologii konstrukcji stalowych. Technologia budowy hal stalowych (magazynowych, produkcyjnych, logistycznych, sportowych, hodowlanych) odnosi sukcesy dzięki niskiej cenie w stosunku do jakości, czasu realizacji, możliwości szybkiego powiększenia ich powierzchni oraz właściwości użytkowych obiektów.

Konstrukcja stalowa hal sprawia, że są one stabilne, wytrzymałe i odporne na warunki atmosferyczne. Najczęściej mają rzut prostokątny i powtarzalną konstrukcję, złożoną z płaskich ustrojów nośnych stężonych poprzecznie.

Przemysłowe hale stalowe to najczęściej hale z suwnicami. Ze względu na rodzaj suwnic wyróżniamy hale [1]:

- z transportem podpartym belki podsuwnicowe opierają się na słupach (rys. 1),
- z transportem podwieszonym belki jezdne są podwieszone na konstrukcji dachu (rys. 2)

Stalowe hale przemysłowe z racji swojej budowy oraz przeznaczenia narażone są na liczne niebezpieczeństwa [4]. Zagrożenia te mają negatywny wpływ na stabilność konstrukcji i mogą wynikać z:

- dużej gęstości obciążenia ogniowego, która spowodowana jest przez magazynowane produkty,
- obciążeń spowodowanych dużą powierzchnią dachu (śnieg, wiatr),
- obciążeń pochodzących od różnego rodzaju urządzeń zamocowanych na konstrukcji, np. suwnice,
- wibracji i kolizji powodowanych przez pojazdy transportu wewnętrznego.

Prawidłowe projektowanie hal stalowych odbywa się etapowo. Z uwagi na bezpieczeństwo pracy (eksploatację) i ich trwałość, poprzedzone jest wnikliwymi analizami układów nośnych w aspekcie statyki, stateczności oraz dynamiki konstrukcji. W pracy przeprowadzona została analiza dynamicznego zagadnienia własnego z uwagi na obciążenia dynamiczne, jakie przenoszą główne układy nośne stalowych hal z transportem wewnętrznym.

#### 2. Słów kilka o dynamice konstrukcji budowlanych

Dynamika budowli jest nauką o ruchu (drganiach) konstrukcji budowlanych lub ich elementów składowych, takich jak belki (w tym belki podsuwnicowe), płyty, powłoki, fundamenty pod maszyny, wysokie budynki, mosty, kominy przemysłowe, wieże R-TV, chłodnie kominowe, platformy wiertnicze i inne konstrukcje inżynierskie. Są to układy geometrycznie niezmienne o zachowawczej postaci równowagi [4]. Ruch tego rodzaju ma zwykle charakter oscylacyjny wokół położenia równowagi statycznej, którą traktujemy w analizie dynamicznej jako układ odniesienia.

Celem dynamiki budowli jest określenie reakcji (odpowiedzi konstrukcji), tj. przemieszczeń i naprężeń, dla danego typu ustroju budowlanego poddanej działaniu dowolnego obciążenia dynamicznego.

#### 3. Zagadnienie własne w dynamice budowli

Jednym z podstawowych zagadnień dynamiki konstrukcji jest określenie warunków, w których ustrój mógłby wykonywać ruch wokół położenia równowagi bez działania zewnętrznych sił wymuszających. Równanie takiego ruchu (2) wynika z równania bilansu energetycznego (1), przy założeniu Q(t) = 0oraz pominięciu tłumienia C = 0 oraz braku obciążeń statycznych  $K_G = 0$ . Rozwiązaniem równania (2) jest wektor.

Formuła (3) przedstawia zbiór funkcji harmonicznych  $q_j(t)$  o wspólnej częstości  $\omega$  i amplitudach  $a_j$  (j = 1, 2, ..., n). Ruch określony wzorem (3) nosi nazwę drgań własnych ustroju. Nie jest to zjawisko fizyczne, ale właściwość konstrukcji narażonej na wpływy dynamiczne. Podstawiając funkcję (3) do równania (2), otrzymujemy jednorodne równanie macierzowe (5), które musi być spełnione w każdej chwili *t*. Interesuje nas rozwiązanie, gdzie  $a \neq 0$ , dlatego też warunkiem istnienia niezerowych rozwiązań jest równanie (6), z którego otrzymujemy n wartości  $\omega_i$ , tj. częstości drgań własnych ustroju [5].

Pierwiastki  $\omega_j$  są rzeczywistymi liczbami dodatnimi, mogą występować pierwiastki wielokrotne. Każdej wartości własnej  $\omega_j$  (i = 1, 2 ...n) odpowiada niezerowy wektor  $a_i$ , nazywany wektorem własnym *i*-tej formy drgań. Określa on rozkład przemieszczeń q podczas drgań z częstością  $\omega_j$ . Wektory własne określone są z dokładnością do stałego czynnika. Zbiór wektorów własnych tworzy macierz własną W.

#### 4. Analiza dynamicznego zagadnienia własnego stalowej hali przemysłowej z transportem wewnętrznym

Analizie dynamicznego zagadnienia własnego poddano stalową halę przemysłową przedstawioną w przekroju na rysunku 3. oraz w aksonometrii na rysunku 4.

Rozważana hala wykonana została w konstrukcji stalowej oraz posadowiona na żelbetowych stopach fundamentowych. Hala zlokalizowana jest w Kielcach, w 1-szej strefie obciążenia wiatrem oraz 3-ciej strefie obciążenia śniegiem. Grunt w poziomie posadowienia stanowiły gliny piaszczyste o stopniu plastyczności IL = 0,2. Poziom posadowienia przyjęto 1 m poniżej poziomu terenu.

Główny układ konstrukcyjny hali, to stalowa rama płaska, jednonawowa, jednopiętrowa z dachem jednospadowym oraz z krótkimi wspornikami, na których wsparte zostały belki podsuwnicowe. Połączenie słupów z fundamentami zrealizowano jako pełne utwierdzenie, natomiast połączenie rygla dachowego ze słupem jako przegubowe. Rozpiętość osiowa układu wynosi 12 m, a wysokość konstrukcji najwyższego punktu dachu wynosi 7,8 m. Rygiel ramy to pełnościenny kształtownik IPE 400, zaś słup – pełnościenny HEB 320. Belki podsuwnicowe oparte zostały na krótkim wsporniku stalowym, połączonym sztywno z trzonem słupa stalowego. Wspornik stalowy wykonano jako element blachownicowy o zmiennej wysokości.

Połączenie krótkiego wspornika z trzonem słupa zrealizowano jako spawane za pomocą spoin pachwinowych i dodatkowo wzmocniono węzeł żebrami. Połączenie rygla dachowego ze słupem wykonano jako śrubowe.

Układ przestrzenny hali stanowią wspomniane wyżej układy płaskie w ilości 5 sztuk, w rozstawie 6 m. Konstrukcję przekrycia hali wykonano z blachy trapezowej, ułożonej na stalowych płatwiach z kształtownika IPE 200 w rozstawie co 2,4 m. W płaszczyźnie dachu w skrajnych polach wykonano stężenia dachowe z prętów stalowych średnicy 20 mm. Wszystkie połączenia elementów konstrukcji dachu zrealizowano jako śrubowe, zaś blachę trapezową zamocowano na wkręty samowiercące.

Ściany boczne i szczytowe hali wykonano z płyt warstwowych, mocowanych do stalowej ryglówki. W skrajnych polach wykonano stężenia ścienne z kątownika równoramiennego 80 x 80 x 6.

Belkę podsuwnicową zrealizowano jako pełnościenną z profilu HEA300. Tory jezdne suwnicy zabezpieczono kozłami odbojowymi. Zamontowana w hali suwnica natorowa ZXJ o całkowitym udźwigu 50 kN, porusza się z prędkością 40 m/min. Prędkość jazdy wózka wynosi 30 m/min, a prędkość podnoszenia 12,5 m/min.

Całość konstrukcji stalowej wykonano ze stali klasy S235JR, a stopy fundamentowe z betonu klasy C30/37 zbrojonego stalą RB500W.

#### 4.1. Zagadnienie własne w stateczności stalowej hali przemysłowej z transportem wewnętrznym – analiza

Analizę przeprowadzono z wykorzystaniem programu Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2014, opartego na MES. Schemat statyczny przyjęto jak na rysunku 5. Węzły od 35 do 38 są miejscami oparcia płatwi o dźwigary układu głównego.

Częstości drgań własnych oraz wektory własne wyznaczono w oparciu o analizę modalną. Przyjęto rozłożoną macierz mas. Słupy zostały podzielone wariantowo na 1, 3 i 5 elementów skończonych, aby prześledzić zmienność obliczonych częstości drgań własnych od stopnia dyskretyzacji elementów. Jak jednak pokazały wyniki obliczeń, stopień dyskretyzacji nie miał wpływu na uzyskiwane wartości własne. Zaprezentowane poniżej wyniki dotyczą podziału na 5 elementów.

W tabeli 1. zestawiono wyniki uzyskanych wartości własnych. Oprócz częstości drgań własnych podano również wykorzystywane w praktyce projektowej wielkości, takie jak: częstotliwość i okres drgań własnych. Spośród kilkunastu różnych postaci drgań wybrano te, które są najbardziej charakterystyczne dla układu poprzecznego hali oraz dachu. Postacie te zaprezentowano na rysunku od 6 do 9.

Spośród zaprezentowanych postaci drgań pierwsza z nich ma charakter przechyłowy i jest najbardziej typowa dla poprzecznych układów nośnych hal stalowych. Postać druga ma już wyraźnie przestrzenny charakter, chociaż ciągle dominujące przemiesz-

# structure

czenia są dla poprzecznego układu nośnego. Dwie ostatnie zaprezentowane postacie dotyczą sytuacji, gdy największe znaczenie mają drgania dźwigarów dachowych, a wraz z nimi pozostałych elementów tworzących płaszczyznę dachu.

Należy stanowczo stwierdzić, że w tego typu hali, nie wolno dopuścić do zrównania częstości drgań suwnicy z częstością drgań własnych konstrukcji. Drgania pochodzące od suwnicy mogą pojawić się najczęściej na skutek niewłaściwego użytkowania urządzenia, np. gwałtownego uderzenia o kozły odbojowe, rozhuśtania ładunku podwieszonego do haka suwnicy lub nagłego zerwania lin transportowych. Z tych względów nie należy również przeciążać suwnicy.

#### 4.2. Wektory własne

Dla zaprezentowanych postaci drgań przedstawiono w tabelach 2-5 wartości przemieszczeń węzłowych stanowiących wektor własny. Przemieszczenia liniowe UX i UZ wyrażone są w centymetrach, a kąt RY obrotu węzła podano w radianach. Numery węzłów i układ osi pokazano na rysunku 5. Dzięki zamodelowaniu węzłów o numerach od 35 do 38 można było podać przemieszczenia drgających dźwigarów dachowych.

#### 5. Wnioski

W wyniku przeprowadzonej analizy wyodrębniono cztery najbardziej reprezentatywne postacie drgań dla specyficznego układu konstrukcyjnego hali z transportem wewnętrznym. Uzyskane wartości częstości drgań własnych stanowią dla projektanta podstawę dla dalszych etapów projektowania konstrukcji hali oraz do sformułowania zaleceń dotyczących prawidłowej eksploatacji hali. Podczas użytkowania suwnicy należy unikać niepotrzebnego przeciążania ustroju urządzenia oraz wprawiania transportowanego towaru w drgania.